

Untersuchung von phänomenologischen Resonanzansätzen an $A = 5$ und 8 Systemen

Vorgelegt

von

Klaus Kreisel

aus

Wien

1977



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548225_0053

Untersuchung von phänomenologischen Resonanzansätzen
an $A = 5$ und 8 Systemen

Den Naturwissenschaftlichen Fachbereichen
der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg

zur

Erlangung des Doktorgrades

vorgelegt von

Klaus Kreisel

aus Wien



Als Dissertation genehmigt von den Naturwissenschaftlichen
Fachbereichen der Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der mündlichen Prüfung:

20. Dezember 1977

Vorsitzender der Promotionskommission: Prof. Dr. E. Schweizer

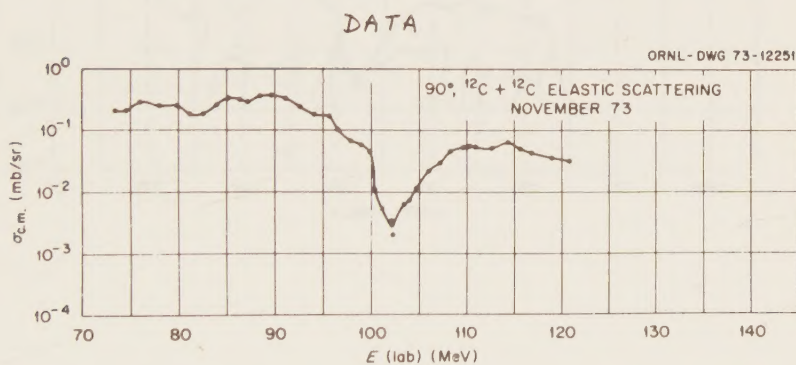
Erstberichterstatter:

Prof. Dr. D. Fick

Zweitberichterstatter:

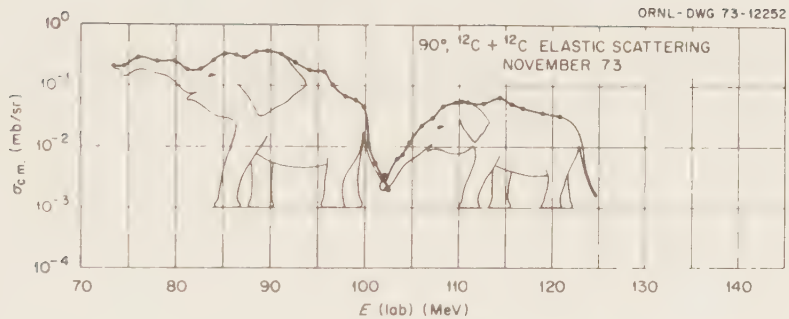
Prof. Dr. E. Finckh

"Motto" der Arbeit (siehe OA73):



nächste Seite

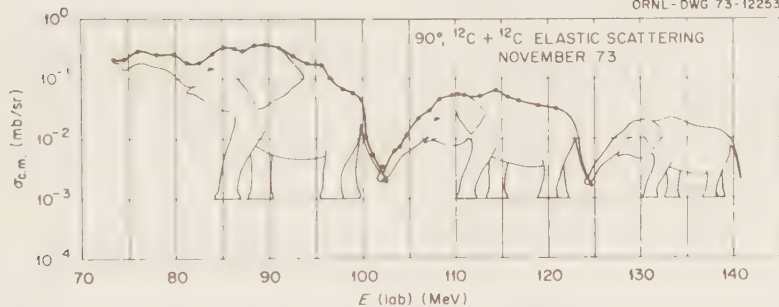
THEORETICAL FITS



nächste Seite

THEORETICAL PREDICTIONS

ORNL-DWG 73-12253



Zusammenfassung

Mit Hilfe von Ansätzen der R- und S-Matrix-Theorie (HU61, LA58) wurden systematische Anpassungen an mehrere Meßreihen der bekannten $3/2^+$ -Niveaus im $A = 5$ -System bei etwa 16.7 MeV Anregungsenergie und an α - α -Streuphasen im Energiebereich $E_{\text{lab}} = 0.5 \dots 70$ MeV durchgeführt. Ziel der Rechnungen war nicht nur, die betreffenden Resonanzparameter möglichst genau zu bestimmen. Es sollten auch durch verbesserte Rechentechniken Ungenauigkeiten in früheren Veröffentlichungen geklärt und Schwächen der einzelnen Resonanzansätze aufgedeckt werden, die bei den breiten und sich zum Teil Überlappenden Niveaus in den Wenig-Nukleonen-Systemen besonders stark bemerkbar sind.

Die wichtigsten Ergebnisse der Rechnungen für die Wirkungsquerschnitte im $A = 5$ -System sind:

- (1) Die Meßgenauigkeit vor allem bei ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ reicht bei weitem nicht aus, um Unterschiede in der Güte der verschiedenen Resonanzansätze feststellen zu können, wie es z. B. von Jeukenne (JE64) versucht wird.
- (2) Die S-Matrix-Parameter lassen sich nicht widerspruchsfrei bestimmen. Für ${}^5\text{Li}$ erhält man keine Übereinstimmung der Resonanzenergien aus ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ und der p - α -Streuung.
- (3) Die R-Matrix-Parameter sind stark von den gewählten Kanalradien abhängig und divergieren für Radien zwischen 3 fm und 4 fm. Darüber hinaus können sich schon geringe Änderungen der vorgegebenen Wirkungsquerschnitte stark auf die Parameter, teilweise sogar auf die Anzahl der Lösungssätze auswirken.

Die Anpassungen an die p- α - und die α - α -Streuphasen zeigen:

- (1) Im Rahmen der S-Matrix-Theorie lassen sich Interferenzeffekte nur durch willkürlich erscheinende Zusätze annähern.
- (2) Die von der S-Matrix-Theorie vorgegebene, einfache Form der Polterme muß bei den Ein- bzw. Wenig-Niveau-Näherungen zum Teil aufgegeben werden, z. B. für die hard-sphere-Phasen.
- (3) Eine gute Beschreibung der α - α -Streuphasen im gesamten hier betrachteten Energiebereich $E_{\alpha, \text{lab}} = 0 \dots 70 \text{ MeV}$ gelingt ohne die von Barker et al. (BA68, BA69) vorgeschlagenen breiten Resonanzen, wenn man, wie es nahe liegt, die Kanalradien als schwach von der Energie abhängig ansetzt.
- (4) Die Auswertungen der α - α -Streuphasen lassen zwar eine $\alpha\alpha^*$ -Rotationsbande als möglich erscheinen, widersprechen aber einer theoretischen Vorhersage (HA76).

Die beiden Resonanztheorien beschreiben trotz ihrer unterschiedlichen Energieabhängigkeiten die vorgegebenen Daten etwa gleich gut. Bei der S-Matrix-Theorie wirkt sich das Fehlen von Kanalradien und der im Vergleich zur R-Matrix-Theorie einfache Zusammenhang der Resonanzparameter mit den Wirkungsquerschnitten positiv aus. Dagegen erweist sie sich bei der Beschreibung von Streuphasen als wenig flexibel.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	1
2. Theoretische Grundlagen und Überlegungen	3
2.1 Die Streumatrix	3
2.1.1 Elastische Streuung spinloser Teilchen	3
2.1.2 Berücksichtigung von Spins und Kernreaktionen	7
2.2 Die R-Matrix-Theorie von Wigner und Eisenbud	11
2.3 Die S-Matrix-Theorie von Humblet und Rosenfeld	16
2.3.1 Die Definition der Resonanzen	16
2.3.2 Entwicklung der S-Matrix	20
2.3.3 Probleme bei der Beschreibung von Wirkungsquerschnitten	23
2.3.4 Parametrisierung von Streuphasen	25
2.3.4.1 Verwendung von Ein-Niveau-Näherungen	26
2.3.4.2 Beschreibung mehrerer Resonanzen	31
2.3.4.3 Hard-Sphere-Phasen	33
3. Rechnungen im $A = 5$ -System	35
3.1 Das $3/2^+$ -Niveau in ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ bei 16.7 MeV Anregungsenergie	35
3.1.1 Die Besonderheiten des $3/2^+$ -Niveaus	35
3.1.2 Resonanzanpassungen in früheren Arbeiten	37
3.1.3 Die Resonanzanpassungen zu den Daten von Kunz	41
3.1.3.1 Die Meßwerte und ihre Fehler	41
3.1.3.2 Die Abschätzung der Parameterfehler	43

3.1.3.3 Die Anpassungen im Rahmen der S-Matrix-Theorie	45
3.1.3.4 Die Anpassungen im Rahmen der R-Matrix-Theorie	51
3.1.3.5 Vergleich der beiden Ansätze	54
3.1.4 Rechnungen mit den Meßwerten von Yarnell et al. und von Forssmann	55
3.1.5 Untersuchung auf Konsistenz mit den Ergebnissen der p- α -Streuung	61
3.2 Die $3/2^+$ -Resonanz in ${}^3\text{H}(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}$	69
3.2.1 Die verwendeten Messungen	69
3.2.2 Die Ergebnisse der S-Matrix-Rechnungen	71
3.2.3 Die Ergebnisse der R-Matrix-Rechnungen	73
3.3 Rechnungen zu $\text{T}(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}^*(0^+)$	79
3.4 Schlußfolgerungen	83
4. Anpassungen an die α - α -Streuphasen	86
4.1 Die α - α -Streuung	86
4.2 Bemerkungen zu den Anpassungen	86
4.3 Die Ergebnisse der Anpassungen	89
4.3.1 Bahndrehimpuls $l = 0$	89
4.3.2 Bahndrehimpuls $l = 2$	91
4.3.3 Bahndrehimpuls $l = 4$	95
4.4 Schlußfolgerungen	97
Literaturverzeichnis	101
Anhang 1: Kopie der Veröffentlichung von Schröder et al. (SC72)	105
Anhang 2: Kopie der Veröffentlichung von Fick et al. (FI77)	109
Nachtrag	112

1. Einleitung

Die Analyse von Reaktionen leichter Kerne bei niedrigen Energien hat in jüngster Zeit wieder an Bedeutung gewonnen. Anlaß dazu sind unter anderem die Möglichkeit, Fusionsreaktionen durchzuführen und die Vorgänge bei den Sternentwicklungen von der kernphysikalischen Seite aus zu beschreiben. In beiden Fällen spielt daher die Sicherheit, mit der Wirkungsquerschnitte zu niedrigen Energien extrapoliert werden können, eine große Rolle. Für die Fusion im Labor ist die ${}^3\text{H}(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}$ -Reaktion wegen ihres großen Wirkungsquerschnittes von etwa 5 b auf Grund einer Resonanz bei etwa 60 keV Schwerpunktsenergie von besonderer Bedeutung, siehe z. B. PR77.

Grundlage der Analyse bilden zwei Typen von phänomenologischen Ansätzen, deren bekannteste Vertreter die R-Matrix-Theorie von Wigner und Eisenbud (WI42, 1452) auf der einen und die U-Matrix-Theorie von Humblet und Rosenfeld (siehe z. B. HU61, RU66) auf der anderen Seite sind. Während die erste Theorie im wesentlichen von physikalischen Annahmen ausgeht, ist der Startpunkt der zweiten ein Satz aus der Funktionentheorie. Interessanterweise ergibt sich beim Zusammenhang zwischen Daten und Parametern das gegenteilige Bild: Während dieser Zusammenhang beim U-Matrix-Ansatz einfach und überschaubar ist, berechnen sich die Daten im Rahmen der R-Matrix-Theorie in komplizierter Weise. Dies ist zum Teil darin begründet, daß die Unitarität der Streumatrix in der R-Matrix-Theorie explizit erzwungen wird. Darauf verzichtet der U-Matrix-Ansatz mit der Konsequenz, daß sich in durchaus realistischen Fällen starke Verletzungen der Unitarität ergeben können. Darüber hinaus treten bei den Anwendungen der R-Matrix-Theorie sehr oder weniger unphysikalische Resonanzen auf, die der Wechselwirkungsverstärker "künstlich" in ein Gebiet für "freie Teilchen" bzw. reiner Coulombwechselwirkung und den Rest aufteilen.

Seit ihren ersten Veröffentlichungen 1947 bzw. 1951 wurden mit den beiden phänomenologischen Ansätzen wiederholt Kernreak-

tionen analysiert, jedoch oft in einer Zeit, in der noch keine leistungsfähigen Rechenanlagen zur Verfügung standen: Die Coulombwellenfunktionen mußten aus Tabellen interpoliert werden, und die Minimumsuche bei den Anpassungen konnte sich nicht auf eine ausführliche Variation der Parameter stützen. Darüber hinaus wurden die Rechnungen in erster Linie dazu angesetzt, Parameter singularär aus einem Experiment zu extrahieren.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist daher:

- (1) die Analyse einer typischen Resonanzreaktion im Rahmen des R- und S-Matrix-Ansatzes sowie der Vergleich der beiden Rechnungen. Als Beispiel wurde aus den oben genannten Gründen und wegen einiger Unklarheiten in früheren Veröffentlichungen die ${}^3\text{He}(\text{d},\text{p}){}^4\text{He}$ - und die ${}^3\text{H}(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}$ -Reaktion in der Nähe der niederenergetischen Resonanz gewählt.
- (2) Untersuchung der phänomenologischen Ansätze und von Erweiterungen dazu zur optimalen Beschreibung und Extrapolation der Meßdaten. Hierbei wurde auch in Kauf genommen, Ansätze zu verwenden, die eigentlich dem "Geist" der Theorie widersprechen, d. h. die nicht auf ihren physikalischen Inhalt Rücksicht nehmen. Neben den oben angegebenen Reaktionen wurde hierfür auch die α - α -Streuung als ein komplexes Beispiel, aber ohne Spin, ausgewählt. Die Analyse dieser Daten erschien auch aus kernphysikalischen Gründen wünschenswert.

In Kapitel 2 der vorliegenden Arbeit werden die theoretischen Grundlagen dargestellt; Kapitel 3 beschäftigt sich ausführlich mit dem $A = 5$ -System und Kapitel 4 mit der Analyse der α - α -Streuung. Der Anhang enthält die Kopien zweier Konferenzbeiträge zum $A = 5$ -System und $A = 8$ -System, in denen weitere kernphysikalische Aspekte dieser Arbeit diskutiert werden.

2. Theoretische Grundlagen und Überlegungen

2.1 Die Streumatrix

Die Streumatrix, kurz S-Matrix, dient zur Beschreibung von Streuprozessen. Man definiert sie als den Operator, der die Wellenfunktion vor der Streuung, also für $t \rightarrow -\infty$, in die nachher, $t \rightarrow +\infty$, transformiert:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \psi(t) = \underline{S} \lim_{t \rightarrow -\infty} \psi(t)$$

(siehe z. B. RO67). Hierbei muß nicht vorausgesetzt werden, daß ein Potential existiert. Für den Zweck dieser Arbeit, Vergleich von verschiedenen phänomenologischen Ansätzen zur Beschreibung von experimentellen Daten, bedeutet es aber keine Einschränkung, wenn man für die Streuvorgänge ein ortsabhängiges Potential mit beschränkter Reichweite annimmt. Zur Klärung der später verwendeten Begriffe wird zuerst die S-Matrix für die elastische Streuung spinloser Teilchen, dann für allgemeine Kernreaktionen mit Spins und anderen Freiheitsgraden eingeführt.

2.1.1 Elastische Streuung spinloser Teilchen

Zur Beschreibung der elastischen Streuung spinloser Teilchen (siehe z. B. LA58, HU61, HU66) betrachtet man die Gesamtwellenfunktion ψ , die die Lösung der Schrödingergleichung $H\psi = E\psi$ ist. Sie wird in die Anteile für die einzelnen Bahndrehimpulse l , in die Partialwellen ψ_l zerlegt:

$$\psi(r, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \psi_l(r, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} \cdot i^l \cdot P_l(\cos \theta) \cdot \frac{u_l(r, k)}{r},$$

wobei die Wellenfunktionen $u_l(r, k)$ die Lösungen der radialen Wellengleichungen sind:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2M}{\hbar^2} V(r) \right) u_l(r, k) = 0. \quad (1)$$

Dabei bedeuten:

$P_l(x)$ die Legendrepolynome vom Grad l (siehe z. B. AB64),

$V(r)$ das Potential,

$k = p/\hbar = \sqrt{2ME/\hbar^2}$ die Wellenzahl mit p bzw. E als Impuls bzw. kinetischer Energie im Schwerpunktsystem und

M die reduzierte Masse der beteiligten Teilchen.

Die Differentialgleichung (1) hat für jeden Bahndrehimpuls l eine zweidimensionale Lösungsmannigfaltigkeit. Man wählt aus ihr zwei voneinander unabhängige Lösungen $I_l(r,k)$ und $O_l(r,k)$, die sich für große r wie ein- (in-) bzw. auslaufende (outgoing) Wellenfunktionen verhalten sollen. Kann man die Reichweite der Kernkräfte mit einer Strecke a nach oben abschätzen, dann ergeben sich mit $V(r) \equiv 0$ für $r > a$ für $I_l(r,k)$ bzw. $O_l(r,k)$ die Hankelfunktionen $H_l^{(1)}(r,k)$, $H_l^{(2)}(r,k)$ (siehe z. B. AB64), und es gilt

$$I_l(r,k) = -i \cdot H_l^{(2)}(r,k) \sim \exp[-i(kr - \frac{l\pi}{2})] \quad (2a)$$

$$O_l(r,k) = i \cdot H_l^{(1)}(r,k) \sim \exp[i(kr - \frac{l\pi}{2})], \quad (2b)$$

die asymptotischen Beziehungen für $r \rightarrow \infty$. Für das Coulombpotential $V_{\text{coul}}(r) \sim r^{-1}$ ist die Angabe von a nicht möglich. Dies führt asymptotisch zu einer logarithmischen Divergenz in $k \cdot r$. $I_l(r,k)$ und $O_l(r,k)$ sind dann Linearkombinationen der regulären und irregulären Coulombwellenfunktionen $F_l(r,k)$ und $G_l(r,k)$ (siehe z. B. AB64):

$$I_l(r,k) = G_l(r,k) - i \cdot F_l(r,k) \sim \exp[-i(kr - \eta \cdot \log(2kr) - \frac{l\pi}{2} - \delta_l(k))] \quad (3a)$$

$$O_l(r,k) = G_l(r,k) + i \cdot F_l(r,k) \sim \exp[i(kr - \eta \cdot \log(2kr) - \frac{l\pi}{2} - \delta_l(k))]. \quad (3b)$$

Dabei ist:

$$\eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2 M}{\hbar^2 k} \quad (4)$$

die Coulombkonstante mit Z_1, Z_2 als Ladungszahlen der beteiligten Teilchen und

$$\delta_\ell(k) = \arg(\Gamma(l+1+i\eta)) \quad (5)$$

die sogenannte Coulombstreuephase mit der Gammafunktion $\Gamma(z)$.

Die Radialanteile $u_l(r, k)$ lassen sich dann als Linearkombinationen der $I_l(r, k)$ und $O_l(r, k)$ schreiben:

$$u_\ell(r, k) = y_\ell(k) \cdot I_\ell(r, k) + x_\ell(k) \cdot O_\ell(r, k),$$

mit $y_l(k)$ und $x_l(k)$ als Amplituden für die asymptotisch ein- bzw. auslaufenden Wellenanteile. Die Elemente $S_l(k)$ der Streumatrix $\underline{S}$ definiert man als das Verhältnis der Amplituden, das für die elastische Streuung zugleich das Verhältnis der entsprechenden Wahrscheinlichkeitsflüsse ist:

$$S_\ell(k) = \underset{\text{Def}}{-\frac{x_\ell(k)}{y_\ell(k)}} \quad \text{mit} \quad \underline{S} = \begin{pmatrix} S_0 & S_1 & 0 \\ 0 & S_1 & S_2 \dots \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Das heißt, die Größen $S_l(k)$ geben den asymptotisch auslaufenden Anteil der Welle normiert auf den einlaufenden Anteil an. Die S-Matrix ist somit durch das Verhalten der Wellenfunktionen für $r \rightarrow \infty$ und damit für $|t| \rightarrow \infty$ definiert. Mit Hilfe der Definition von $S_l(k)$ kann man die Radialanteile der Wellenfunktion schreiben als:

$$u_\ell(r, k) = y_\ell(k) \cdot (I_\ell(r, k) - S_\ell(k) \cdot O_\ell(r, k)).$$

Der differentielle Wirkungsquerschnitt ergibt sich aus $S_l(k)$ als Verhältnis der einlaufenden und auslaufenden Teilchenstromdichten zu

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \frac{1}{4k^2} \cdot \left| \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \cdot (1 - S_\ell(k) \cdot P_\ell(\cos \theta)) \right|^2. \quad (7)$$

Er ist also eine Bilinearform der Elemente der S-Matrix.

Für die S-Matrix gelten Symmetrieeigenschaften, die die Teilchenzahlerhaltung und die Zeitumkehr beinhalten. Um eine

möglichst einfache und allgemein gültige Form dieser Gesetzmäßigkeiten zu erreichen, setzt man die komplexen Funktionen für reelle k : $u_1^{(i)}(r, k)$, $I_1(r, k)$, $O_1(r, k)$ und $S_1(k)$ in die komplexe k -Ebene fort. Aus entsprechenden Beziehungen für die Wellenfunktionen erhält man (siehe auch LA58, Kap. VI):

$$\underline{S}(k) \underline{S}(-k) = \underline{1} \quad (8)$$

$$\underline{S}^*(k) = \underline{S}(-k^*) \quad (9)$$

$$\underline{S}^*(k^*) \underline{S}(k) = \underline{1}. \quad (10)$$

Für reelle k beinhaltet (10) die Unitarität der S -Matrix und erlaubt, $S_1(k)$ als

$$S_e(k) = \exp(2i\delta_e) \quad (11)$$

zu schreiben, mit $\delta_1(k)$ als reelle Streuphasen.

Aufgabe der Theorie von Kernreaktionen ist es, die Elemente der S -Matrix aus vorgegebenen Bedingungen (z. B. aus Potentialen und Wechselwirkungen) zu berechnen. Dazu greift man normalerweise auf eine Beschreibung der dynamischen Vorgänge innerhalb der Reichweite des Potentials, also im "Kerninneren" $r < a$ zurück. Für eine phänomenologische Beschreibung genügt es aber, die Wellenfunktionen $u_1^{(i)}(r, k)$ des Kerninneren am Kernrand zu kennen. Entwickelt man $u_1^{(i)}(r, k)$ und $u_1^{(i)'}(r, k)$ für $r = a$ ebenfalls nach dem vollständigen Satz $I_1(r, k)$ und $O_1(r, k)$, so ergibt sich:

$$u_e^{(i)}(a, k) = y_e(k) \cdot I_e(a, k) + x_e(k) \cdot O_e(a, k)$$

$$u_e^{(i)'}(a, k) = y_e(k) \cdot I_e'(a, k) + x_e(k) \cdot O_e'(a, k).$$

Der Strich bedeutet dabei die Differentiation nach r . Die Amplituden $y_1(k)$ und $x_1(k)$ ergeben sich daraus zu

$$y_e(k) = \frac{1}{2ik} \cdot W(u_e^{(i)}, O_e; a, k)$$

$$x_e(k) = -\frac{1}{2ik} \cdot W(u_e^{(i)}, I_e; a, k),$$

mit $W(f, g; r, k) = f(r, k) \cdot g'(r, k) - f'(r, k) \cdot g(r, k)$ als Wronskideterminante der beiden Funktionen f und g . Für die S -Matrix erhält man daraus:

$$S_e(k) = -\frac{x_e(k)}{y_e(k)} = \frac{W(u_e^{(i)}, I_e; a, k)}{W(u_e^{(i)}, O_e; a, k)}, \quad (12)$$

wobei die Funktionen $u_1^{(i)}$ und deren Ableitungen aus den Vorstellungen über das Kerninnere oder durch phänomenologische Ansätze bestimmt werden.

2.1.2 Berücksichtigung von Spins und Kernreaktionen

Betrachtet man beliebige Kernreaktionen unter Miteinbeziehung von Spins, jedoch ohne Photonen (siehe dazu MA65) und ohne Dreiteilchenreaktionen, dann muß man folgende Erweiterungen bei der Entwicklung der S-Matrix vornehmen:

Die Gesamtwellenfunktion ψ wird nicht mehr nur nach den einzelnen Bahndrehimpulsen l sondern nach zusätzlichen Variablen entwickelt, die mit dem Begriff Kanal c zusammengefaßt werden:

$$c = \{\alpha_1, \alpha_2, I_1, I_2; s, l, J, M\}.$$

Darin stehen α_1, α_2 für das Projektil und den Targetkern bzw. für die Ejektile. I_1, I_2, s, l, J und M sind die Quantenzahlen der Teilchenspins I_1 und I_2 , des Kanalspins $s = I_1 + I_2$, des Bahndrehimpulses l und des Gesamtdrehimpulses J mit seiner Einstellung zu einer vorgegebenen Achse. Wie im folgenden wird hier die l - s -Kopplung vorausgesetzt, die in Wenig-Nukleonen-Systemen in guter Näherung gültig ist. Die Ergebnisse der theoretischen Überlegungen sind jedoch unabhängig vom gewählten Kopplungsschema. Jedem einzelnen Kanal wird ein Kanalradius a_c zugeordnet, der die Reichweite der Kernkräfte zwischen den beiden Teilchen α_1 und α_2 nach oben abschätzt. Die Gesamtwellenfunktion ψ für $r_c > a_c$ für alle c schreibt sich dann als

$$\psi = \sum_c g_c \frac{u_c(r_c, k_c)}{r_c}, \quad (13)$$

mit der drehimpulsgekoppelten Oberflächenfunktion

$$g_c = \sum_{\nu, m} (s, l; \nu, m | J, M) \cdot i^l \cdot Y_{l, m}(\theta_c, \phi_c) g_{c, \nu},$$

mit $Y_{lm}(\theta, \phi)$ als Kugeloberflächenfunktion (siehe z. B. AB64)

und der Kanalspinwellenfunktion

$$\mathcal{S}_{c,v} = \sum_{i_1, i_2} (I_1, I_2; i_1, i_2 / s, v) \cdot \psi_{\alpha_1, I_1, i_1} \cdot \psi_{\alpha_2, I_2, i_2},$$

wobei $\psi_{\alpha_1, I_1, i_1}$ und $\psi_{\alpha_2, I_2, i_2}$ die internen Wellenfunktionen der beiden Teilchen α_1 und α_2 bedeuten. Die Symbole $(s_1, s_2; v_1, v_2 / s, v)$ sind die Clebsch-Gordan-Koeffizienten für die Spins $\underline{s}_1, \underline{s}_2$ und $\underline{s} = \underline{s}_1 + \underline{s}_2$ mit den zugehörigen Projektionen v_1, v_2 und v .

Wie im Fall der elastischen Streuung entwickelt man die Radialfunktionen in den einzelnen Kanälen nach asymptotisch ein- und auslaufende Anteile:

$$u_c(r_c, k_c) = y_c(k_c) \cdot I_c(r_c, k_c) + x_c(k_c) \cdot Q_c(r_c, k_c), \quad r_c > a_c.$$

Bei der Definition der S-Matrix muß man aber hier beachten, daß verschiedene Eingangskanäle zu einem Ausgangskanal beitragen können. Statt (6) legt man deswegen fest:

$$x_{c'}(k_{c'}) = - \sum_c \mathcal{S}_{c'c}(k_{c'}) \cdot y_c(k_c),$$

oder in Matrixschreibweise

$$\underline{x} = \underline{\mathcal{S}} \underline{y},$$

mit den Amplitudenvektoren $\underline{x}$ und $\underline{y}$ sowie einer Matrix $\underline{\mathcal{S}}$, die auf die Amplituden wirkt. x_c und y_c beziehen sich dabei auf die Radialanteile $u_c(r_c, k_c)$ (siehe Gleichung (13)) der Gesamtwellenfunktion ψ :

$$\psi = \sum_c \frac{y_c}{r_c} \left(x_c(k_c) \cdot Q_c(r_c, k_c) + y_c(k_c) \cdot I_c(r_c, k_c) \right).$$

Für den besonderen Fall, daß die Wellenfunktion nur in genau einem Kanal c einen einlaufenden Anteil besitzt (oberer Index (c)), hat man dann:

$$\psi^{(c)} = y_c^{(c)}(k_c) \cdot \left(\frac{y_c}{r_c} \cdot I_c(r_c, k_c) - \sum_{c'} \frac{y_{c'}}{r_{c'}} \mathcal{S}_{c'c}(k_{c'}) \cdot Q_{c'}(r_{c'}, k_{c'}) \right),$$

mit

$$\mathcal{S}_{c'c}(k_{c'}) = - \frac{x_{c'}^{(c)}(k_{c'})}{y_c^{(c)}(k_c)}. \quad (14)$$

Die Symmetrieeigenschaften und die Zusammenhänge mit den Wirkungsquerschnitten lassen sich einfacher schreiben, wenn man nicht von den Amplituden der Wellenfunktionen sondern von den Wahrscheinlichkeitsflüssen ausgeht. Deshalb definiert man die Elemente der Streumatrix $\underline{S}$ zu:

$$S_{c'c}(k_c) = \sqrt{\frac{v_{c'}}{v_c}} f_{c'c}(k_c), \quad (15)$$

mit v_c als Geschwindigkeit im Kanal c: $v_c = \hbar k_c : M_c$.
Für die elastische Streuung sind die Matrizen $\underline{S}$ und $\underline{f}$ +)
wegen $v_{c'} = v_c$ identisch.

Um die Elemente der S-Matrix mit den Vorgängen im Kerninnern $r_c < a_c$ in Verbindung zu bringen, muß man zuerst die Wellenfunktionen $\psi^{(i)}$ des Kerninnern wegen der Kopplung der Kanäle nach den Oberflächenfunktionen φ_c (siehe Gl. (13)) entwickeln:

$$(r \psi^{(i)})_{r_c=a_c} = \sum_c \phi_c \varphi_c, \quad \left(\frac{\partial}{\partial r} (r \psi^{(i)}) \right)_{r_c=a_c} = \sum_c \phi_c' \varphi_c.$$

Die ϕ_c und ϕ_c' entsprechen den Radialanteilen $u_1^{(i)}(r, k)$ der Wellenfunktionen und deren Ableitungen $u_1^{(i)'}(r, k)$ nach r in Kap. 2.1.1. Die ϕ_c' werden deshalb im folgenden wie die Ableitungen der ϕ_c verwendet. Aus den Kontinuitätsbedingungen am Kernrand

$$\begin{aligned} \phi_c(a_c, k_c) &= y_c(k_c) \cdot I_c(a_c, k_c) + x_c(k_c) \cdot O_c(a_c, k_c) \\ \phi_c'(a_c, k_c) &= y_c(k_c) \cdot I_c'(a_c, k_c) + x_c(k_c) \cdot O_c'(a_c, k_c) \end{aligned}$$

erhält man

$$\begin{aligned} y_c(k_c) &= -\frac{1}{2i k_c} \cdot W(\phi_c, I_c; a_c, k_c) \\ x_c(k_c) &= \frac{1}{2i k_c} \cdot W(\phi_c, O_c; a_c, k_c) \end{aligned} \quad (16)$$

+) Die Bezeichnungen $\underline{f}$ und $\underline{S}$ sind in Anlehnung an HU6¹ und HU66 gewählt: Dort steht $\underline{U}$ für $\underline{f}$ und $\underline{u}$ für $\underline{S}$. Die Matrix $\underline{U}$ in LA58 entspricht wegen der Geschwindigkeit in den dortigen Beziehungen (2.19a,b) S. 270, und wegen der Differentiation nach $g = k \cdot r$ statt nach r der Matrix $\underline{S}$ hier.

und daraus nach Gl. (14) und (15)

$$S_{c'c}(k_c) = \sqrt{\frac{M_c k_c}{M_{c'} k_{c'}}} \cdot \frac{W(\phi_{c'}^{(c)}, I_{c'}; a_{c'}, k_{c'})}{W(\phi_{c'}^{(c)}, O_c; a_c, k_c)}$$

als gesuchte Beziehung zwischen Größen am Rande des Kerninneren und den Elementen der Matrix S .

Bei der Ableitung der Symmetrieeigenschaften von $\underline{S}$, die die Teilchenzahlerhaltung und die Zeitumkehrinvarianz ausdrücken, siehe (8) bis (10), ist zu berücksichtigen, daß die Gesamtheit der Matrixelemente von $\underline{S}$ nicht nur direkt von der Wellenzahl k_0 eines Kanals 0 abhängt. Wegen der Kopplung im Kerninneren sind auch die mittelbaren Energieabhängigkeiten über die Wellenzahlen der restlichen Kanäle zu berücksichtigen, die wegen $k \propto \sqrt{E}$ zu Mehrdeutigkeiten bei der analytischen Fortsetzung in die komplexe k_0 -Ebene führen können. Man muß deswegen geeignete Schnitte (siehe HU61, S. 567 oder HU66, S. 386) einführen; die so präparierte Ebene wird dann "physikalische k_0 -Ebene" genannt.

Die Wirkungsquerschnitte ergeben sich wie bei der elastischen Streuung spinloser Teilchen als Bilinearformen der S -Matrix-Elemente. Der Umfang der Ausdrücke nimmt stark mit der Zahl der zu berücksichtigenden S -Matrix-Elemente zu. Deshalb ist es für die Anwendungen wichtig, möglichst viele Elemente unterdrücken zu können, siehe die Beispiele in Kap. 3.

Bei der elastischen Streuung oberhalb der niedrigsten Teilchenschwelle fließt ein Teil der einlaufenden Welle in Reaktionskanäle ab. Deshalb können die Diagonalelemente in dem Teil der S -Matrix, den man zur Beschreibung der elastischen Streuung heranzieht, dem Betrage nach kleiner als 1 sein. Trotzdem parametrisiert man die Diagonalelemente ähnlich wie in Gl. (11):

$$S_{cc} = \exp(2i\vartheta_c) = \eta \cdot \exp(2i\delta_c) \quad (17)$$

mit der komplexen Streuphase ϑ_c bzw. der reellen Phase δ_c und dem Absorptionsparameter $\eta_c = \exp(-2\text{Im}(\vartheta_c))$. Aus der Unitarität der S-Matrix folgt $\eta_c \leq 1$.

2.2 Die R-Matrix-Theorie von Wigner und Eisenbud

Die Modellvorstellungen, mit denen man die Vorgänge bei Kernreaktionen annähert, kann man in zwei Gruppen einteilen: in die mikroskopischen und die phänomenologischen Theorien. Während bei denen der ersten Art (siehe z. B. HA76) die Zwei-Nukleonen-Wechselwirkung selbst Grundlage der Rechnungen ist, werden bei der zweiten Art meist einfache globale Annahmen und Parameter verwendet, die erst beim Vergleich mit den Meßergebnissen bestimmt bzw. angepaßt werden. Die daraus ermittelten Werte können dann als Ausgangspunkt für weitere Überlegungen verwendet werden (siehe z. B. Kap. 4.4).

Für die einzelnen phänomenologischen Ansätze ist in erster Linie die Definition charakteristisch, wann eine Resonanz vorliegen soll: Eine Gruppe verwendet die mathematischen Eigenschaften der Streumatrix; die andere greift auf einfache physikalische Vorstellungen zurück, z. B. über die Wellenfunktionen am Kernrand. Der bekannteste Vertreter der ersten Gruppe ist die S-Matrix-Theorie von Humblet und Rosenfeld (siehe Kap. 2.3) und der zweiten Gruppe die R-Matrix-Theorie von Wigner und Eisenbud (siehe WI47, LA58). Da die vorliegende Arbeit unter anderem die S-Matrix-Ansätze mit denen der R-Matrix-Theorie vergleicht, werden im folgenden zuerst die Grundideen der zweiten Theorie am einfachsten Fall der elastischen Streuung spinloser Teilchen zusammengefaßt und einige Bemerkungen zur Anwendung von R-Matrix-Näherungen gemacht.

Die R-Matrix-Theorie geht von der Vorstellung aus, daß Resonanzen bei den Energien vorliegen, bei denen die Wellenfunktionen innen besonders große Amplituden aufweisen. Diese Vorstellung hat ihren historischen Ursprung in den ausgeprägten Resonanzen bei Reaktionen mit langsamen Neutronen. Da die Wellenfunktionen innen stärker als außen gekrümmt sind, nehmen die Amplituden aus elementargeometrischen Überlegungen innen dann die größten Werte an, wenn die Ableitungen der Wellenfunktionen nach dem Radius am Kernrand $r = a$ den Wert 0 haben. Aus dieser Vorstellung heraus ordnet man den Resonanzen die Eigenfunktionen der Schrödingergleichung $H\psi = E\psi$ zu, deren Radialanteile $u_{\lambda,1}$ die zusätzliche Bedingung

$$\left(\frac{du_{\lambda,e}(r)}{dr}\right)_{r=a} = u'_{\lambda,e}(a) = 0 \quad (18)$$

erfüllen. Der Index 1 in $u_{\lambda,1}$ deutet dabei an, daß $u_{\lambda,1}$ am Kernrand den Drehimpuls 1 haben soll. Die Eigenwerte $E_{\lambda,1}$ dieser Funktionen heißen charakteristische oder manchmal Resonanzenergien. Da die $u_{\lambda,1}$ ein Orthogonalsystem bilden, kann man die radialen Wellenfunktionen $u_1^{(i)}(r,k)$ im Kerninnern für eine beliebige Wellenzahl k danach entwickeln:

$$u_e^{(i)}(r,k) = \sum_{\lambda} R_{\lambda,e} \cdot u_{\lambda,e}(r),$$

mit

$$R_{\lambda,e} = \int_0^a u_e^{(i)}(r,k) \cdot u_{\lambda,e}(r) dr = \frac{\hbar^2}{2M} \cdot \frac{u_{\lambda,e}(a)}{E_{\lambda,e} - E} \cdot u_e^{(i)}(a,k)$$

wegen des Greenschen Satzes. Mit Hilfe der Greenschen Funktion

$$G_e(r,a) = \frac{\hbar^2}{2Ma} \cdot \sum_{\lambda} \frac{u_{\lambda,e}(a) \cdot u_{\lambda,e}(r)}{E_{\lambda,e} - E}$$

schreibt sich $u_1^{(i)}(r,k)$ als

$$u_e^{(i)}(r,k) = a G_e(r,a) \cdot u_e^{(i)}(a,k); \quad (19)$$

das heißt, $G_e(r,a)$ verbindet die Werte von $u_1^{(i)}(r,k)$ im Kerninnern mit denen am Kernrand. Mit den $G_1(r,a)$ definiert man die Elemente der R-Matrix zu:

$$R_e = G_e(a,a),$$

die wie $G_1(r, a)$ eine k - bzw. E - Abhängigkeit besitzen, die hier nicht extra mitgeschrieben wird. Für die R_1 gelten einerseits:

$$R_e = \sum_{\lambda} \frac{\overline{\gamma}_{\lambda, e}^2}{E_{\lambda, e} - E},$$

mit den sogenannten Amplituden

$$\overline{\gamma}_{\lambda, e} = \frac{\hbar}{\sqrt{2Ma}} \cdot u_{\lambda, e}(a) \quad (20)$$

der reduzierten Breiten, andererseits wegen Gl. (19)

$$R_e = \frac{u_e^{(i)}(a, k)}{a \cdot u_e^{(i)'}(a, k)}.$$

Bildet man die logarithmische Ableitung am Kernrand $r = a$ auch für die Wellenfunktionen außen: $I_1(r, k) = S_1(k) \cdot O_1(r, k)$ und setzt mit R_1 gleich:

$$\frac{u_e^{(i)}(a, k)}{a \cdot u_e^{(i)'}(a, k)} = R_e = \frac{I_e(a, k) - S_e(k) \cdot O_e(a, k)}{a \cdot (I_e'(a, k) - S_e(k) \cdot O_e'(a, k))},$$

dann kann man damit die Elemente $S_1(k)$ der S -Matrix ausdrücken:

$$S_e(k) = \frac{I_e(a, k)}{O_e(a, k)} \cdot \frac{1 - L_e^* \cdot R_e}{1 - L_e \cdot R_e},$$

mit

$$L_e = \frac{a \cdot O_e'(a, k)}{O_e(a, k)}.$$

Der differentielle Streuquerschnitt errechnet sich aus den $S_1(k)$ mit Hilfe der Beziehung (7).

Als Beispiel für einen Wirkungsquerschnitt wird der totale Querschnitt für eine Reaktion für den einfachsten Fall, also unter Berücksichtigung nur eines Matrixelementes

$c \rightarrow c'$ und einer charakteristischen Energie angegeben (siehe die Anwendungen in Kap. 3):

$$\delta_{c \rightarrow c'} = g \frac{\pi}{k_c^2} \cdot \frac{I_c' I_c}{(E_c - E_\lambda + \Delta_c \gamma_c + \Delta_c' \gamma_c')^2 + \frac{1}{4} (I_c' + I_c)^2} \quad (21)$$

Die einzelnen Größen sind dabei:

g ein statistischer Faktor, der sich aus den Spins und Bahndrehimpulsen von c bzw. c' errechnet,

E_c die kinetische Energie im Eingangskanal,

E_λ die charakteristische Energie für die Resonanz,

γ_c die reduzierten Breiten, die die Quadrate der Amplituden $\bar{\gamma}_{\lambda,c}$ sind - siehe Gl. (20),

$I_c = 2 \cdot k_c \cdot a_c \cdot P_c \cdot \gamma_c$ die partiellen Breiten mit den Durchdringungsfaktoren P_c und

Δ_c sogenannte Niveaushiftfaktoren.

Die P_c und Δ_c berechnen sich aus den Werten von $I_c(r_c, k_c)$ und $O_c(r_c, k_c)$ am Kernrand. Wählt man für die Linearkombinationen der Coulombwellenfunktionen (siehe die Beziehungen (2.13a,b) in LA58), dann ergibt sich

$$P_c = (F_c^2(a_c, k_c) + G_c^2(a_c, k_c))^{-1} \quad (22)$$

und

$$\Delta_c = a_c \cdot P_c \cdot (G_c(a_c, k_c) \cdot F_c'(a_c, k_c) + F_c(a_c, k_c) \cdot G_c'(a_c, k_c)) \quad (23)$$

Der Strich bedeutet dabei die Differentiation nach dem Radius r .

Mit den normalerweise unendlich vielen charakteristischen Energien und den zugehörigen Breiten lassen sich die Wirkungsquerschnitte bzw. Streuphasen beliebig genau beschreiben. Der Rechenaufwand und die Schwierigkeiten bei der Bestimmung einer größeren Zahl von Parametern durch Anpassung

zwingen aber, statt der vollständigen R-Matrix Näherungen mit wenigen charakteristischen Energien zu verwenden, oft nur mit einer, wie in Gl. (21). Dadurch verliert die R-Matrix die Eigenschaft der Radiusunabhängigkeit. Außerdem kann es notwendig sein, die in der Rechnung nicht erfaßten charakteristischen Energien, die dann für die "Rest"-Energieabhängigkeiten der Wirkungsquerschnitte bzw. der Streuphasen verantwortlich sind, durch Untergrundanteile in $\underline{R}$ anzunähern (siehe LA58, Kap. XII). An welchen Stellen diese Anteile in die R-Matrix eingehen und wie sie von der Energie abhängen, wird im wesentlichen von den experimentellen Ergebnissen bestimmt.

Eine weitere Möglichkeit, die Beziehungen für die Wirkungsquerschnitte und die Streuphasen an die Messungen anzugleichen, bietet die Wahl der Funktionen $I_1(r,k)$ und $O_1(r,k)$, aus denen sich die Niveaushiftungsgrößen Δ_c und die Durchdringungsfaktoren P_c berechnen. In der überwiegenden Zahl der Anwendungen werden jedoch die oben zitierten $I_1(r,k)$ und $O_1(r,k)$ mit den zugehörigen $\Delta_c(k)$ (siehe Gl. (23)) und $P_c(k)$ (siehe Gl. (22)) verwendet.

Die zusätzlichen Randbedingungen (18) für die Eigenfunktionen u_λ sind auf Grund der Vorstellungen von stehenden Wellen im Kerninnern naheliegend, aber nicht zwingend. Man erhält zusätzliche Parameter b_c für die Anpassung an die experimentellen Ergebnisse, wenn man

$$u'_\lambda(a_c) = b_c \quad (24)$$

statt Gl. (18) wählt. Diese Randwertgrößen b_c gehen linear in $\Delta_c(k)$ ein. Man kann deshalb die b_c so wählen, daß die Niveaushiftung 0 wird; die charakteristischen Energien nehmen dann die Werte an, bei denen die Wirkungsquerschnitte bzw. Streuphasen die Resonanzstrukturen zeigen. Diese besondere Wahl der b_c erscheint in den Fällen plausibel, in denen die charakteristischen Energien wegen der großen Niveaushiftungen nicht mehr ohne weiteres in direkten Bezug zur Resonanzstruktur gebracht werden können (siehe LA58, Kap. XII, 1b und die Beispiele in Kap. 3 hier - die so korrigierten Ener-

gewerte werden hier Resonanzenergien E_r genannt). Berücksichtigt man mehr als eine charakteristische Energie, die zu nahe beieinander liegenden Niveaus gehören, dann tritt diese "Unanschaulichkeit" des R-Matrix-Formalismus noch stärker auf: Es ist nicht mehr möglich, aus den Resonanzstrukturen die zugehörigen Parameter, manchmal sogar die Zahl der Resonanzen, zu erschließen (siehe z. B. LY65).

Im Rahmen einer konsequenten Theorie bietet also die R-Matrix eine Vielfalt mehr oder weniger plausibler Näherungsformeln für die Observablen mit einer zum Teil großen Zahl von Parametern und einer oft recht komplizierten Energieabhängigkeit.

2.3 Die S-Matrix-Theorie von Humblet und Rosenfeld

Die S-Matrix-Theorie von Humblet und Rosenfeld (HU61, HU66) betont im Gegensatz zur R-Matrix-Theorie das rein mathematische Vorgehen unter weitgehendem Verzicht auf physikalische Plausibilitätsüberlegungen. Beispiele dafür sind die zwei Schritte, die die S-Matrix-Theorie kennzeichnen, die Definition der Resonanzen und die Entwicklung der Streu- bzw. Reaktionsmatrix.

2.3.1 Die Definition der Resonanzen

Die Elemente $S_{c,c}(k)$ der Streumatrix - k sei die Wellenzahl des oder eines der Kanäle mit der größten kinetischen Energie - lassen sich in die komplexe k -Ebene fortsetzen (siehe Kap. 2.1), normalerweise nach Konstruktion der "physikalischen" k -Ebene durch Schnitte, die die Eindeutigkeit sicherstellen sollen. Die S-Matrix-Theorie nutzt diese Erweiterung zu der Festlegung aus: Die Resonanzen werden durch Pole der komplexen Funktionen $S_{c,c}(k)$ beschrieben, also durch die Bedingung, daß die einlaufenden Anteile der Wellenfunktionen

für die betreffenden komplexen Wellenzahlen k_{cn} Null sind, d. h. für die nach Gl. (14)

$$\gamma_c(k_{cn}) = 0 \text{ bzw. nach Gl. (16): } W(\phi_c, \mathcal{L}_c; a_c, k_{cn}) = 0 \quad (25)$$

für alle c gilt, da man mehrfache Nullstellen in den Amplituden der Wellenfunktionen ausschließt. Die Beziehung (25) bedeutet ähnlich wie (18) in der R-Matrix-Theorie eine zusätzliche Bedingung zur Schrödinger-Gleichung, die nur für bestimmte, hier komplexe Wellenzahlen erfüllt ist. Der resonanzartige Verlauf der Wirkungsquerschnitte bzw. der Streuphasen für die reellen k in der Nähe eines Poles rechtfertigt diese Definition.

Aus der Bedingung (25) erhält man für jede Kombination J^π des Gesamtdrehimpulses J und der Parität π die zugehörigen Pole. Für ein Rechteckpotential sind es unendlich viele, siehe NU59; für andere lokale Potentiale wird vermutet, daß die Zahl der Pole ebenfalls unendlich ist. (Die Pole in den verschiedenen Kanälen, die aber die gleichen Quantenzahlen J^π besitzen, beschreiben dieselben Resonanzen, nur von den einzelnen Kanälen aus "gesehen".)

Die Symmetriebeziehungen (8) bis (10) und allgemeine Eigenschaften der Wellenfunktionen schränken die Stellen ein, an denen Pole auftreten können:

- (1) Die Pole müssen spiegelbildlich zur imaginären k -Achse liegen, d. h. mit k_{cn} erfüllt auch $-k_{cn}^*$ die Bedingung (25). Das ist eine Folge der Zeitumkehrinvarianz.
- (2) Auf der reellen k -Achse kann aus Gründen der Teilchenzahlerhaltung kein Pol liegen.
- (3) Pole können höchstens in der unteren Halbebene oder auf der imaginären Achse liegen; d. h. aus $\text{Re}(k_{cn}) \neq 0$ folgt $\text{Im}(k_{cn}) < 0$.

Wegen der Eigenschaft (3) schreibt man: $k_{cn} = \kappa_{cn} - i \gamma_{cn}$ mit $\gamma_{cn} > 0$ für $\kappa_{cn} \neq 0$. Abbildung 1 zeigt als Beispiel

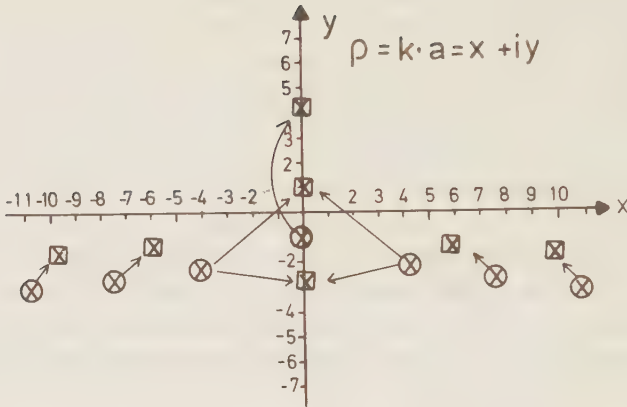


Abbildung 1

Lage der Pole für einen Rechteckpotentialtopf mit Reichweite a und Tiefe V_1 bzw. V_2 in der komplexen g -Ebene mit $g = ka$. Die Kreise gelten für $V_1 = \hbar^2 : (2Ma^2)$, die Quadrate für $V_2 = 5 \cdot V_1$. Die Pfeile deuten an, wie sich die Lage der Pole beim Übergang $V_1 \rightarrow V_2$ ändert.

einen Ausschnitt der Polverteilung des S-Matrix-Elementes für $l = 0$ für die elastische Streuung an einem Rechteckpotential mit zwei verschiedenen Topftiefen (siehe NU59).

Aus den komplexen Polstellen k_{cn} errechnen sich komplexe "Resonanzenergien":

$$E_{cn} = \frac{\hbar^2 k_{cn}^2}{2 M_c} = E_{cn} - i \Gamma_n, \quad (26a)$$

mit

$$E_{cn} = \frac{\hbar^2}{2 M_c} (k_{cn}^2 - \gamma_{cn}^2) + E_c^{(i)} \quad (26b)$$

und

$$\Gamma_n = \frac{2 \hbar^2}{M_c} \cdot K_{cn} \gamma_{cn}, \quad (26c)$$

wobei $E_c^{(i)}$ die Summe der inneren Energien der Teilchen im Kanal c ist (bezogen auf den Kanal mit der größten kinetischen Energie). E_{cn} wird im Hinblick auf die Wirkungsquerschnitte die Resonanzenergie und die vom Kanal c unabhängige Größe Γ_n die totale Breite des Niveaus n genannt.

Die physikalische Interpretation der verschiedenen Pole in der komplexen k -Ebene erkennt man durch Einsetzen der Werte k_{cn} in die asymptotische Form der zeitabhängigen Wellenfunktion $\exp[i(k_{cn} \cdot r - \frac{E_{cn}}{\hbar} \cdot t : \frac{\pi}{4})]$. Für $k_{cn} > \gamma_{cn} > 0$, d. h. für E_{cn} , $\Gamma_n > 0$ ergibt sich ein zerfallender Zustand:

$$\exp\left[i\left(k_{cn} r - \frac{E_{cn} t}{\hbar}\right)\right] \cdot \exp\left[-\frac{\Gamma_n t}{2\hbar}\right] \cdot \exp[\gamma_{cn} r].$$

Der erste Faktor stellt eine auslaufende Welle und der zweite den exponentiellen Abfall der Amplitude mit der Zeit dar. Der dritte beschreibt dagegen, daß die Amplitude wegen des exponentiellen Zeitabfalls mit r zunehmen müßte, da die Anteile mit größerem r früher als die mit kleinerem r ausgesendet worden sind. Die mit k_{cn} verbundene Lösung bei $-k_{cn}^*$ gehört zu dem zeitumgekehrten Verhalten, zu einer einlaufenden Welle mit exponentiell wachsender Amplitude. (Beide Lösungen werden normalerweise zur Beschreibung einer Resonanz zusammengefaßt, siehe z. B. HU61.) Von den übrigen Lösungen lassen sich nur die auf dem positiven Teil der imaginären k -Achse unmittelbar physikalisch interpretieren. Wegen $k_{cn} = i \gamma_{cn}$ ist $E_{cn} = -\gamma_{cn}^2 < 0$ und $\Gamma_n = 0$. Der Radialanteil $\exp(i \cdot k_{cn} \cdot r)$ der asymptotischen Wellenfunktion nimmt mit wachsendem r gemäß $\exp(-\gamma_{cn} r)$ ab; man erhält also gebundene Zustände. Die Pole auf dem negativen Teil der imaginären k -Achse ("antibound states") und die Pole mit $3/2 \pi \leq \arg k_{cn} \leq 7/4 \pi$ haben zwar einen Einfluß auf die Energieabhängigkeit der Observablen, können aber weder als gebundene Zustände noch als Resonanzen interpretiert werden (genaueres z. B. in NU59).

2.3.2 Entwicklung der S-Matrix

Von den Eigenschaften der komplexen Funktionen $S_{c',c}(k)$ sind die Pole durch die Definition der Resonanzen in Kap. 2.3.1 ausgezeichnet. Außerdem interessieren die Observablen vor allem in der Nähe solcher Pole. Deshalb liegt es nahe, für die $S_{c',c}(k)$ eine Teilbruchentwicklung anzusetzen, wie sie das Theorem von Mittag-Leffler für meromorphe Funktionen angibt, also für Funktionen, die in der ganzen komplexen Ebene holomorph sind mit Ausnahme von isolierten Polstellen. Da sich die Wirkungsquerschnitte einfacher mit den Elementen

$$T_{c',c} = d_{c',c} - S_{c',c} \quad (27)$$

der Übergangsmatrix $\underline{T}$ schreiben (siehe z. B. (7)), werden normalerweise die $T_{c',c}$ und nicht die $S_{c',c}$ entwickelt. Beide Möglichkeiten sind jedoch äquivalent.

Die Entwicklung der Elemente der S- bzw. T-Matrix nach Poltermen ist nicht eindeutig, sondern läßt sich in verschiedenen Arten durchführen:

- (1) Man kann die $S_{c',c}$ bzw. $T_{c',c}$ sowohl in der physikalischen k -Ebene als auch in einer "physikalischen" $\mathcal{L}$ -Ebene betrachten, die aus der rechten Hälfte $\text{Im}(k) > 0$ der k -Ebene mittels $\mathcal{L} = \hbar^2 k^2 : 2M$ entsteht, unter entsprechender Übertragung der Schnitte (siehe dazu HU66, Kap. 3.4, S. 397).
- (2) Da einerseits nur einfache Pole (siehe HU48) andererseits auch Schnitte in der komplexen k - bzw. $\mathcal{L}$ -Ebene zu berücksichtigen sind, benötigt man eine Folgerung des Satzes von Mittag-Leffler (siehe HU61, Kap. 1.4, S. 537 und HU66, Kap. 3.3, S. 395). Sie zerlegt eine Funktion $f(k)$ mit den entsprechenden Eigenschaften in

$$f(k) = Q_0(k) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{k}{k_n} \right)^M \frac{p_n}{k - k_n}, \quad (28)$$

wobei $Q_0(k)$ eine ganze Funktion von k , k_n die Lage der Pole und p_n die zugehörigen Residuen sind. Damit die

unendliche Reihe in (28) konvergiert, muß $\sum (|g_n| : |k_n|^{n+1})$ ebenfalls konvergent sein, $0 < |k_1| \leq |k_2| \leq \dots$.

vorausgesetzt. M ist dabei eine ganze Zahl $M \geq 0$. Bei den Anwendungen setzt man die Konvergenz schon ab $M = 0$ voraus. Es gibt also unendlich viele Möglichkeiten der Zerlegung.

- (3) Die Elemente der S- bzw. T-Matrix sind zwar im Innern der k - bzw. $\mathcal{L}$ -Ebene meromorph, auf den Rändern können aber Unstetigkeitsstellen auftreten, die durch das Coulombpotential verursacht werden. Man spaltet deshalb die störenden Faktoren ab und entwickelt statt der $T_{c'c}$ die Elemente $t_{c'c}$ der "reduzierten" T-Matrix. Üblicherweise wählt man (siehe HU66, Kap. 3.2, S. 394):

$$\mathcal{T}_{c'c} = i \cdot \varepsilon_{c'} \cdot \varepsilon_c \cdot k_{c'}^{l'} \cdot k_c^{l'+1} \sqrt{M_c, M_c} \cdot t_{c'c}, \quad (29)$$

mit einer "Übergangsmatrix" $\mathcal{T}_{c'c} = \delta_{c'c} - \mathcal{J}_{c'c}$, die auf die Amplituden statt auf die Teilchenströme wirkt (siehe (15)) und mit

$$\varepsilon_c = \frac{1}{l!} \sqrt{(l^2 + \eta^2) \cdot \dots \cdot (1 + \eta^2)} \cdot \sqrt{\frac{2\pi\eta}{\exp(2\pi\eta) - 1}}. \quad (30)$$

Statt $t_{c'c}$ selbst kann man auch den zweiten Faktor von

$$t_{c'c} = f^{-1}(\mathcal{L}) \cdot (f(\mathcal{L}) \cdot t_{c'c}) \quad (31)$$

entwickeln, wobei $f(\mathcal{L})$ eine beliebige Funktion in $\mathcal{L}$ oder in k ist, die keine Pole im Innern der $\mathcal{L}$ - bzw. k -Ebene enthält und auf dem Rand der entsprechenden Ebene stetig sein muß.

Die in (2) und (3) angegebenen Möglichkeiten überdecken sich aber teilweise. Wie bei der R-Matrix-Theorie beeinflusst auch noch die Wahl der $I_c(r_c, k_c)$ und $O_c(r_c, k_c)$ die Ergebnisse.

Die zwei am häufigsten verwendeten Teilbruchentwicklungen (siehe auch Kap. 3) für die Elemente der T-Matrix sind:

$$T_{c'c} = \varepsilon_{c'} \varepsilon_c k_{c'}^{\ell'+\frac{1}{2}} \cdot k_c^{\ell+\frac{1}{2}} \cdot Q_{c'c}(\mathcal{E}) + \quad (32a)$$

$$+ \sum_n q_n \sqrt{\frac{k_{c'} k_c}{\kappa_{c'n} \kappa_{cn}}} \cdot \frac{k_{c'}^{\ell'} k_c^{\ell}}{|k_{c'n}^{\ell'} \cdot k_{cn}^{\ell}|} \cdot \frac{\varepsilon_{c'} \varepsilon_c}{|\varepsilon_{c'n} \varepsilon_{cn}|} \cdot \frac{\sqrt{\Gamma_{c'n} \Gamma_{cn}} \cdot \exp[i(\bar{f}_{c'n} + \bar{f}_{cn})]}{\mathcal{E} - \mathcal{E}_n}$$

und

$$T_{c'c} = \varepsilon_{c'} \varepsilon_c \sqrt{k_{c'} k_c} \cdot \bar{Q}_{c'c}(\mathcal{E}) + \quad (32b)$$

$$+ \sum_n q_n \sqrt{\frac{k_{c'} k_c}{\kappa_{c'n} \kappa_{cn}}} \cdot \frac{\varepsilon_{c'} \varepsilon_c}{|\varepsilon_{c'n} \varepsilon_{cn}|} \cdot \frac{\sqrt{\Gamma_{c'n} \Gamma_{cn}} \cdot \exp[i(\bar{f}_{c'n} + \bar{f}_{cn})]}{\mathcal{E} - \mathcal{E}_n}.$$

Beide Beziehungen stammen aus Entwicklungen in der komplexen $\mathcal{E}$ -Ebene unter Verwendung der Funktionen (3a,b). Für (32a) nimmt man die reduzierten Elemente $t_{c',c}$ von (29), für (32b) die Funktion $f(\mathcal{E}) \cdot t_{c',c}$ (siehe (31)) mit $f(\mathcal{E}) = k_{c'}^{1'} \cdot k_c^{1'}$. Man erkennt, daß für unendlich viele Pole die Parameter immer so gewählt werden können, daß $\underline{S} = \underline{1} - \underline{T}$ unitär ist, daß aber für wenige Partialbrüche Probleme in dieser Hinsicht auftreten können.

Die in den Entwicklungen vorkommenden Größen sind, bezogen auf reelle $\mathcal{E} = E$:

$Q_{c',c}(E)$ bzw. $\bar{Q}_{c',c}(E)$ eine ganze Funktion in der Energie E , die die nichtresonanten Anteile beschreibt,

q_n reelle Konstanten für die einzelnen Resonanzen n , für die bei $\Gamma_n \rightarrow 0$ $q_n \rightarrow 1$ gilt (siehe auch Kap. 2.3.3),

ε_{cn} komplexe Coulombgrößen, die sich durch Einsetzen von $k_{cn} = \kappa_{cn} - i \gamma_{cn}$ in (4) und (30) ergeben,

Γ_{cn} die partiellen Breiten des Kanals c ,

$\bar{f}_{cn}$ bzw. $\bar{f}_{cn}$ reelle "Kanal"-Phasen,

$E - \mathcal{E}_n = E_c - E_{cn} + \frac{i}{2} \Gamma_n$ der Resonanznenner (siehe 26a,b,c) mit E_c als kinetischer Energie im Kanal c .

In den einzelnen Summanden von (32a,b) treten Größen auf, die sich auf das Coulombpotential bzw. den Drehimpuls-
wall beziehen. Man faßt sie in Analogie zu $P_c(k)$ (siehe (22))
zu sogenannten Durchdringungsfaktoren zusammen, für den An-
satz (32b):

$$\overline{\pi}_c = \frac{\varepsilon_c^2}{|\varepsilon_{cn}|^2} \quad (33a)$$

und für (32a):

$$\pi_c = \frac{\varepsilon_c^2}{|\varepsilon_{cn}|^2} \cdot \frac{k_c^{2\ell}}{|k_{cn}|^{2\ell}} = \overline{\pi}_c \cdot \frac{k_c^{2\ell}}{|k_{cn}|^{2\ell}} \quad (33b)$$

(zur Bedeutung der π_c und $\overline{\pi}_c$, siehe Kap. 2.3.3).

Die Größen ε_{cn} und Γ_n (bzw. κ_{cn} und γ_{cn}), Γ_{cn} , ξ_{cn} bzw. $\overline{\xi}_{cn}$, q_n sowie $Q_{c,c}(E)$ bzw. $\overline{Q}_{c,c}(E)$ können entweder durch An-
passung an die experimentellen Ergebnisse bestimmt oder mit
Hilfe von Wellenfunktionen berechnet werden, die anhand von
Modellen über die Vorgänge im Kerninnern aufgestellt worden
sind (siehe HU66, Kap. 4, S. 402).

2.3.3 Probleme bei der Beschreibung von Wirkungsquerschnitten

Jede mögliche Partialbruchzerlegung der S-Matrix beschreibt
die Observablen beliebig genau, wenn man genügend viele Pole
berücksichtigt. Zwingen aber die Rechnungen, sich auf einen
oder wenige Polterme zu beschränken, dann können wie bei den
Näherungen zur R-Matrix Schwierigkeiten auftreten. Bei den
Anpassungen an Wirkungsquerschnitte sind dabei vor allem die
Durchdringungsfaktoren (siehe (33a,b)) problematisch.

In der ersten Darstellung ihrer Theorie (siehe HU61)
haben Humblet und Rosenfeld die Wellenfunktionen für freie
Teilchen verwendet (siehe (2a,b)). In den Partialbruchzer-
legungen dort fehlen deswegen die Coulombfaktoren ε_c . Sie

sind für Reaktionen mit geladenen Teilchen in der Nähe von Schwellen notwendig, da sie für jeden einzelnen Summanden von $T_{c,c}$ den exponentiellen Anstieg mit der Energie bringen (siehe MA63a, HU64).

Durch die Faktoren ϵ_c sind jedoch die Schwierigkeiten in den Energieabhängigkeiten der Durchdringungsfaktoren nicht behoben (siehe z. B. HU66, Kap. 4.3, S. 408): Während sich für $E \rightarrow 0$ die Größen π_c (siehe (33b)) beim Vergleich mit den experimentellen Werten bewährt haben, sind für $E \rightarrow \infty$ wegen $\epsilon_c \rightarrow 1$ die Faktoren $\overline{\pi}_c$ (siehe (33a)) notwendig. Für dazwischen liegende Energien kann man keine allgemein gültige Aussage treffen. Humblet schlägt deshalb vor (siehe HU64), in solchen Fällen die Durchdringungsfaktoren P_c (siehe (22)), die üblicherweise in der R-Matrix-Theorie verwendet werden, in die Partialbruchzerlegung der T-Matrix einzuführen. Für die Größen P_c gilt nämlich $P_c \rightarrow \pi_c$ für $E \rightarrow 0$ und $P_c \rightarrow 1$ für $E \rightarrow \infty$. Man kann zwar diese Entwicklung durch eine besondere Wahl der Partialbruchzerlegung im Rahmen der S-Matrix-Theorie von Humblet und Rosenfeld begründen, siehe HU66, Kap. 4.4, S. 410. Sie verletzt aber eines der Grundprinzipien der Theorie, die Radiusunabhängigkeit. Darüber hinaus gilt folgender Zusammenhang: Die Zerlegung mit den P_c geht für $a_c \rightarrow 0$ in die mit den π_c über. Das heißt, die π_c beschreiben anschaulich ein Eindringen bis ins Zentrum $r_c = 0$.

Die experimentellen Ergebnisse beeinflussen in einer weiteren Art die Wahl der geeigneten Partialbruchzerlegung: Die Größen $Q_{c,c}$ hängen von der gewählten Entwicklung der T-Matrix ab; d. h. diese nichtresonanten Anteile an $\underline{T}$ sind nicht eindeutig bestimmbar. In den Ansätzen mit nur wenig Partialbrüchen enthalten die $Q_{c,c}$ zusätzlich die Wirkung der nicht berücksichtigten Polterme (üblicherweise die, denen man keine Resonanzstruktur im betrachteten Energieintervall zuordnen kann). Wegen der Unsicherheiten in der Bestimmung der $Q_{c,c}$ liegt es nahe, die Partialbruchzerlegung so zu wählen, daß die Größen $O_{c,c}$ verschwinden oder eine möglichst einfache Energieabhängigkeit zeigen.

Die Resonanzkonstante q_n in den Gleichungen (32a,b) läßt sich nicht durch die Messung des Wirkungsquerschnittes zu einer Reaktion allein bestimmen, da sie nur multiplikativ mit den partiellen Breiten auftritt. Man muß deshalb mehrere Reaktionen zu dem entsprechenden Niveau des gemeinsamen Zwischenkerns heranziehen (wenn man nicht als Ausweg $q_n = 1$ zur Berechnung der partiellen Breiten annimmt, siehe HU66, Kap. 4.6, S. 413). Die verschiedenen Partialbruchzerlegungen, die für diese Reaktionen verwendet werden können, rufen Unsicherheiten in der Bestimmung von q_n und Γ_{cn} hervor, insbesondere dann, wenn ein Teil der Reaktionen in der Nähe von Schwellen abläuft, der andere nicht. Die allgemein für die Anwendung von S-Matrix-Ansätzen wichtige Frage, ob $q_n \rightarrow 1$ für $\Gamma_n \rightarrow 0$ bzw. wie weit $q_n \approx 1$ gilt, ist deshalb von den Experimenten aus nur innerhalb gewisser Fehlergrenzen nachprüfbar.

2.3.4 Parametrisierung von Streuphasen

Während beim Übergang von der exakten R-Matrix zu Approximationen die Radiusunabhängigkeit abhanden gekommen ist, können die Näherungen im Rahmen der S-Matrix-Theorie bezüglich der Unitarität problematisch werden. Diese Eigenschaft spielt bei der Beschreibung von Wirkungsquerschnitten nur eine untergeordnete Rolle, schränkt aber die Parametrisierung der Streuphasen δ_c und Absorptionsparameter η_c (siehe (17)) stark ein. Die δ_c und η_c haben bei der Analyse von elastischen Streuungen den Vorteil, daß man nicht alle Meßwerte gleichzeitig zur Bestimmung der Parameter heranziehen muß. Vielmehr kann man aus den Daten zu den einzelnen Energien jeweils die zugehörigen Streuphasen und Absorptionsparameter bestimmen und die gewonnenen Ergebnisse als Funktion der Energie neu analysieren. Der Nachteil dieses Verfahrens macht sich aber bemerkbar, wenn man die durch Anpassen errechneten Streuphasen als Ausgangspunkt für weitere "Fits", etwa zur Bestimmung von Resonanzkenngrößen benutzt: Die Fehler der δ_c und η_c sind in

der Literatur zum Teil nicht genau genug oder gar nicht angeben, und die Streuphasen selbst lassen sich normalerweise nicht eindeutig aus den Meßdaten bestimmen (siehe z. B. AT74).

2.3.4.1 Verwendung von Ein-Niveau-Näherungen

Die Ein-Niveau-Näherung der Entwicklung (32a) kann man für $c' = c$ und $n = 0$ als

$$S_{cc} = \eta_c \cdot \exp(2i\delta_c) = 1 - T_{cc} = \quad (34)$$

$$= 1 + \frac{\varepsilon_c^2}{|\varepsilon_{c0}|^2} \cdot \frac{k^{2\ell+1}}{|k_{c0}|^{2\ell+1} \cdot K_{c0}} \cdot \left(\hat{Q}_{cc}(E) - i \frac{\varepsilon_{c0} \cdot \exp(2i\delta_{c0})}{E - E_0 + \frac{i}{2} \Gamma_0} \right)$$

umschreiben, mit

$$\hat{Q}_{cc}(E) = -|\varepsilon_{c0}|^2 \cdot |k_{c0}|^{2\ell} \cdot K_{c0} \cdot Q_{cc}(E)$$

und mit Γ_{c0} statt $q_0 \cdot \Gamma_{c0}$ (s. (32a,b)), da man aus der elastischen Streuung nur das Produkt, nie die Größen einzeln bestimmen kann. Man erkennt, daß dieser Ausdruck schon wegen den monoton mit der Energie wachsenden Faktoren vor der Klammer nicht dem Betrage nach gleich 1 sein kann; dies müßte aber für Streuungen ohne Absorption, also unterhalb der niedrigsten Teilchenschwelle gelten. Das heißt, $|S_{cc}| = 1$ ist höchstens für isolierte Werte der Energie erfüllt. Auch die Bedingung $|S_{cc}| \leq 1$, also bei Anwesenheit von Absorption, wird wegen der Größe $k_c^{2\ell+1}$ verletzt, die unbeschränkt mit der Energie wächst. (Wenn man von (32b) statt von (32a) ausgeht, erhält man $k_c \rightarrow \infty$ statt $k_c^{2\ell+1} \rightarrow \infty$.) Die Näherungen zu den Entwicklungen (32a,b), die üblicherweise für Wirkungsquerschnitte verwendet werden, verletzen also grundsätzlich die Unitarität!

Die störenden Glieder lassen sich jedoch durch eine andere Art der Entwicklung zum Verschwinden bringen: Der Faktor mit ε_c^2 fällt weg, wenn man statt der Coulombwellen-

funktionen die Hankelfunktionen für die asymptotisch ein- und auslaufenden Wellen nimmt (siehe (2a,b)). Eine solche Wahl liegt nahe, da man bei der Streuphasenanalyse üblicherweise die Coulombanteile abspaltet. Mit der Funktion $f(\frac{1}{2}) = k_c^{21+1}$ (siehe (31) in Verbindung mit (29)) wird auch der Faktor mit k_c^{21+1} zu 1. (Eine entsprechende Wahl von M, siehe Kap. 2.3.2, gibt es wegen der Bedingung $M \geq 0$ nicht.) Statt (34) hat man also

$$S_{cc} = 1 + Q_{cc}(E) - i \cdot \frac{\Gamma_{co} \cdot \exp(2i\delta_{co})}{E - E_0 + \frac{i}{2} \Gamma_0} \quad (35)$$

Aus der Abbildung 2 kann man die Bedeutung der einzelnen Größen entnehmen. Sie zeigt das Bild von (35) in der komplexen S_{cc} -Ebene, das sogenannte Argand-Diagramm. Der Absorptionsparameter η_c ist demnach die Länge des Ortsvektors zu einem Punkt auf der Kurve; die Streuphase δ_c errechnet sich als halber Winkel des Ortsvektors zur positiven reellen Achse. Die Figur ist für die Werte $E_0 = 10$ MeV, $\Gamma_0 = 1$ MeV, $\Gamma_{co} = 0.6$ MeV, $\delta_{co} = 17.2^\circ$ und $Q_{cc}(E) = -0.4 \cdot \exp(-28.6^\circ \cdot i)$ gezeichnet worden. Die Beziehung (35) bildet eine Vektorkette mit den drei Vektoren für 1, Q und den Resonanzterm, mit RT bezeichnet. Während die beiden ersten Vektoren in Abb. 2 von der Energie unabhängig sind, beschreibt der dritte einen Kreis mit $\Gamma_{co} : \Gamma_0$ als Radius. Dieser Kreis ist mit dem Winkel $2 \cdot \delta_{co}$ um den Endpunkt von Q gedreht.

Die im Kreisumfang eingezeichneten Striche in Abb. 2 deuten seine Parametrisierung mit der Energie an; sie sind zwischen 8 und 12 MeV in Abständen von 0.05 MeV gezeichnet. Man erkennt, daß die Geschwindigkeit $\frac{ds}{dE}$, mit der die Resonanzkurve durchlaufen wird, bei $E = E_0$ am größten ist; s ist dabei die Bogenlänge. Ist Q_{cc} von der Energie abhängig, dann ändert auch der Haftpunkt $E \rightarrow \pm \infty$ des Kreises seine Lage; man erhält als Argand-Diagramm eine kompliziertere Figur.

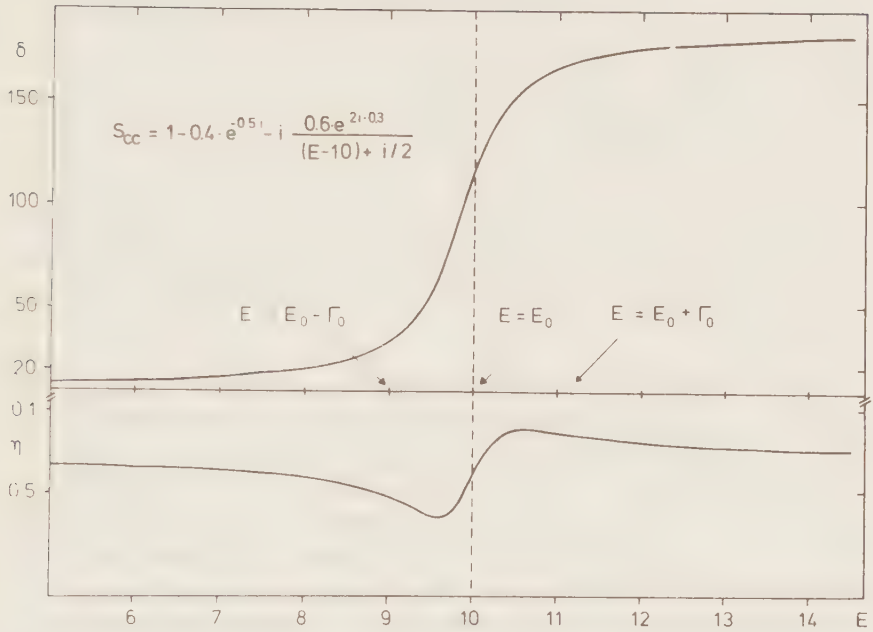


Abb. 3: Beispiel von Streuphasen δ_c und Absorptionsparameter η_c für eine Resonanz. Das zugehörige S-Matrix-Element ist in der Abbildung angegeben (siehe auch Abb. 2).

Aus Abbildung 2 liest man ab, daß die Resonanzparameter nicht immer unabhängig voneinander gesetzt werden dürfen, wenn $|S_{cc}| \leq 1$ erfüllt sein soll. Man muß bei jeder Wahl kontrollieren, ob das Argand-Diagramm vollständig in oder auf dem Einheitskreis liegt. Eine Streuung ohne Absorption schränkt die Resonanzparameter wegen $|S_{cc}| = 1$ zusätzlich ein, da die Resonanzfigur den Einheitskreis selbst bzw. einen Teil davon darstellt: Es ist $\Gamma_{c0} = \Gamma_0$ notwendig; der Vektor Q muß auf dem Einheitskreis enden, und $\mathcal{F}_{c0}$ ist so zu wählen, daß der Resonanzkreis auf den Einheitskreis gedreht wird. Das heißt, Q erscheint vom Ursprung aus unter einem Winkel von $2 \cdot \mathcal{F}_{c0}$; insbesondere ist $\mathcal{F}_{c0} = 0$ für $Q_{cc}(E) \equiv 0$. Da die Phase $\mathcal{F}_{c0}$ als Argument eines Teiles des Residuums (siehe HU66, Kap. 4.1, S. 402, (4.1.14) und (4.1.5)) von der Energie unabhängig sein muß, darf auch Q_{cc} im Fall fehlender Absorption nicht energieabhängig sein.

Abbildung 3 zeigt die Streuphasen δ_c und Absorptionsparameter η_c , die zu dem S-Matrix-Element in Abbildung 2 gehören. δ_c enthält den bekannten Anstieg um 180° beim Durchlaufen der Resonanz. Er tritt immer dann auf, wenn der Ursprung der komplexen S_{cc} -Ebene innerhalb des Argand-Diagramms liegt. Wenn dies nicht der Fall ist, nimmt die Differenz der Streuphasen für $E \rightarrow -\infty$ und $E \rightarrow +\infty$ den Wert 0 an. Eine Voraussetzung dazu ist $\Gamma_{c0} < \frac{1}{2} \cdot \Gamma_0$. In Abbildung 3 erkennt man auch, daß weder die maximale Steigung von δ_c noch der Punkt, für den δ_c um 90° gegenüber dem asymptotischen Ausgangswert für $E \rightarrow -\infty$ angewachsen ist, noch das Minimum von η_c mit der Resonanzenergie E_0 (gestrichelte Linie) zusammenfallen. Aus diesen Eigenschaften kann man demnach nicht die Resonanzenergie bestimmen.

Die Ein-Niveau-Näherungen erfüllen also dann die Unitarität, wenn man eine Entwicklung der S-Matrix wählt, in der die Durchdringungsfaktoren zu 1 werden und wenn die Parameter bestimmten Bedingungen genügen. Insbesondere darf bei fehlender Absorption, d. h. bei niedrigen Energien, die Funktion Q_{cc}

in (35) nicht von der Energie abhängen. Einschränkungen dieser Art sind bei den R-Matrix-Näherungen nicht notwendig, da die Unitarität durch die Konstruktion der Streumatrix gewährleistet ist.

2.3.4.2 Beschreibung mehrerer Resonanzen

Für zwei Pole erhält man für die S-Matrix in Analogie zu (35)

$$S_{cc} = 1 + Q_{cc}(E) - i \frac{\Gamma_{c0} \cdot \exp(2i\delta_{c0})}{E - E_0 + \frac{i}{2}\Gamma_0} - i \frac{\Gamma_{c1} \cdot \exp(2i\delta_{c1})}{E - E_1 + \frac{i}{2}\Gamma_1}. \quad (36)$$

Falls $\Gamma_{c0} < \Gamma_0$ und $\Gamma_{c1} < \Gamma_1$ ist, kann $|S_{cc}| \leq 1$ mit Einschränkungen für die Parameter erfüllt werden (siehe den entsprechenden Fall $\Gamma_{c0} < \Gamma_0$ in der Ein-Niveau-Näherung (35)). Dagegen ist $|S_{cc}| = 1$ mit $\Gamma_{c0} = \Gamma_0$ und $\Gamma_{c1} = \Gamma_1$, also bei Abwesenheit von Absorption, für (36) grundsätzlich nicht möglich: Man faßt Q_{cc} und einen Resonanzterm zum Untergrund $\tilde{Q}_{cc}$ für die zweite Resonanz zusammen. Diese Größe $\tilde{Q}_{cc}$ ist dann von der Energie abhängig, im Gegensatz zu einer Forderung für Q_{cc} in Kap. 2.3.4.1.

Ein Beispiel, wie stark die Bedingung $|S_{cc}| = 1$, d. h. $\eta_c = 1$, verletzt wird, gibt die Abbildung 4 an. Sie zeigt die Streuphasen für die elastische α - α -Streuung zwischen 16 und 18 MeV. ($\eta_c < 1$ ist erst oberhalb 17.348 MeV, der ${}^7\text{Li} + p$ -Schwelle möglich.) Die durchgezogene Linie gibt eine Anpassung mit (36) an die gemessenen Streuphasen (Kreisseiben mit Fehlerbalken) wieder, mit den Parametern $E_0 = 16.766$ MeV, $\Gamma_0 = 92$ keV, $E_1 = 17.065$ MeV und $\Gamma_1 = 80$ keV. Die mit diesen Werten berechneten "Absorptionsparameter" η_2 schwanken zwischen 0.6 und 1.4. Die Anpassung ist damit wertlos. (Würde man die Bedingung $\eta_c \leq 1$ oder $\eta_c = 1$ in die Rechnung einbeziehen, dann ergäbe sich $\Gamma_1 \rightarrow 0$ oder $\Gamma_2 \rightarrow 0$.) Selbst ein Verhältnis von $(E_1 - E_0) : \Gamma_0 = 40$ mit $\Gamma_1 = \Gamma_0$ würde die Unitarität noch um 2.5 % verletzen. Der Grund ist die langsame Konvergenz der Punkte des Resonanzkreises an die "Haftstelle" $E \rightarrow \pm\infty$, siehe Abbildung 2. (In AJ74, Tab. 8.5, werden für

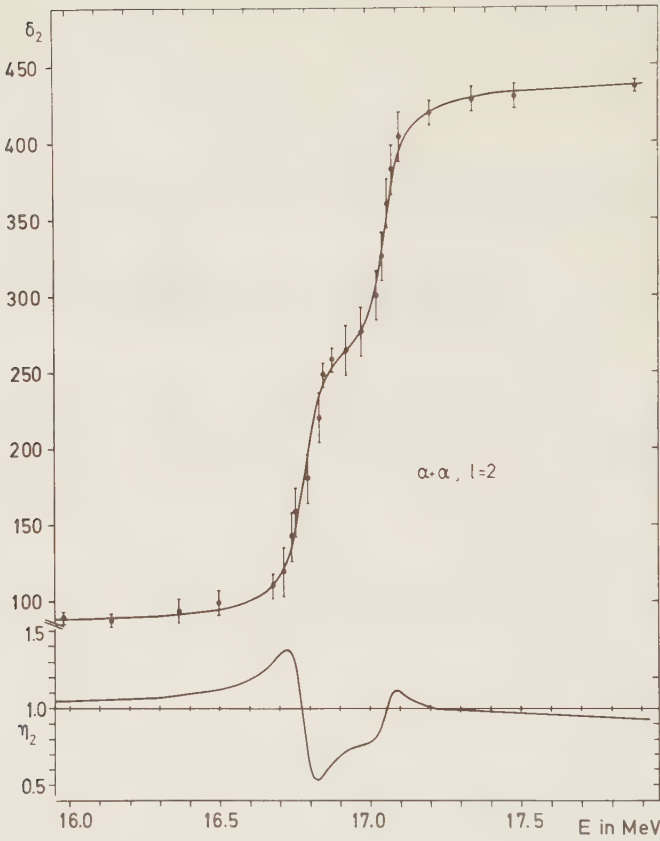


Abb. 4: Beispiel für die Verletzung der Bedingung $|S_{cc}| = 1$ durch den Zweipolansatz (36): Streuphasen δ_c und Absorptionsparameter η_c für den $l = 2$ Anteil der $\alpha\text{-}\alpha$ -Streuung im Energiebereich $E_{\alpha,CM} = 16 \dots 18$ MeV (siehe Kap. 2.3.4.2).

Diese beiden Niveaus als Resonanzparameter angegeben: $E_0 = 16.719 \text{ MeV} \pm 4 \text{ keV}$, $\Gamma_0 = (107 \pm 3) \text{ keV}$, $E_1 = 17.003 \text{ MeV} \pm 4 \text{ keV}$, $\Gamma_1 = (77 \pm 3) \text{ keV}$. Sie sind dort als Mittelwerte über verschiedene Reaktionen zu ⁸Be berechnet worden. Während die hier aus der α - α -Streuung ermittelten totalen Breiten im Rahmen der in A775 gesammelten Ergebnisse bleiben, weichen die Resonanzenergien erheblich voneinander ab. Der Grund dafür dürften nicht allein die Schwächen des Ansatzes (36) sein - siehe auch die Divergenz der Resonanzenergien in Kap. 3.1.5.)

Einen Ausweg gibt McVoy (MC69) an: Er benutzt die Resonanzgrößen Γ_0 und Γ_{01} (siehe (38a,b)) zur Korrektur: Das S-Matrix-Element

$$S_{cc} = 1 - i \cdot \frac{\Gamma_0 \alpha_0}{E - \mathcal{E}_0} - i \cdot \frac{\Gamma_1 \alpha_1}{E - \mathcal{E}_1},$$

$$\alpha_0 = (\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_1^*) \cdot (\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_1), \quad \alpha_1 = (\mathcal{E}_0^* - \mathcal{E}_1) \cdot (\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_1)$$

mit $\mathcal{E}_0 = E_0 - \frac{i}{2} \Gamma_0$ ist der Beträge nach gleich 1. Der komplizierte Zusammenhang der Resonanzparameter mit der S-Matrix hier erinnert an die R-Matrix-Theorie!

2.3.4.3 Hard-Sphere-Phasen

Niederenergetische Streuphasen zeigen oft einen ausgeprägten Abfall mit zunehmender Energie, der gut durch das Potential einer harten Kugel angenähert werden kann. Die Elemente der Streumatrix eines Potentialwalls besitzen aber nach Nussenzweig (NU57) unendlich viele Pole, die für eine unbeschränkt wachsende Wellenlänge (also für eine harte Kugel) fast alle ins Unendliche rücken. Schon die besondere "Lage" dieser Pole sagt nahe, daß man den fallenden Verlauf der hard-sphere-Phasen δ_{HS} nicht durch wenige Polterme annähern kann. Anpassungsversuche haben dies bestätigt. Auch durch den nicht-resonanten Anteil Q_{cc} können diese Phasen gerade bei den niedrigen Energien nicht wiedergegeben werden, da dann Q_{cc} ebenfalls von der Energie abhängen müßte, im Widerspruch zu einer Forderung in Kap. 2.3.4.1. Das heißt, man muß die vorgegebene Form der Teilbruchentwicklung verlassen. Als naheliegende Möglichkeit hat sich der zusätzliche Faktor $\exp(2i\delta_{\text{HF}})$

mit

$$\delta_{HP} = -\arctan \left(F_L(a, k) : g_L(a, k) \right) \quad (37)$$

durchgesetzt:

$$S_{cc} = \exp(2i\delta_{HP}) \cdot \left(1 + Q_{cc}(E) - i \cdot \sum_n \frac{\Gamma_{cn} \cdot \exp(2i\delta_{cn})}{E - E_n + \frac{i}{2}\Gamma_n} \right). \quad (38)$$

Wendet man das Distributivgesetz an, dann erkennt man, daß die Zähler der Resonanzterme damit energieabhängig geworden sind.

Durch die hard-sphere-Phasen bekommen die S-Matrix-Elemente eine Radiusabhängigkeit. Im Gegensatz zur R-Matrix-Theorie treten hier die Radien nur als zusätzliche Parameter für den Untergrund auf. Die Rechnungen in Kap. 4 zeigen, daß sich die Resonanzparameter weitgehend unabhängig davon bestimmen lassen. Mit der gleichen Argumentation wie für die δ_{HP} in (37) lassen sich mit Hilfe des zusätzlichen Faktors $\exp(2i\delta_{HP})$ in (38) auch andere Formen für die Untergrundphasen einführen, wenn dies die vorgegebenen Streuphasen verlangen. (In Kap. 3.1.5 und Kap. 4 werden eine lineare Abhängigkeit von δ_{HP} mit der Energie angesetzt bzw. der Radius in (37) als energieabhängig angenommen.)

Mit (38) erhält man für die Parametrisierung von Streuphasen eine Beziehung, die nicht mehr allein durch die S-Matrix-Entwicklung von Humblet und Rosenfeld begründet werden kann, und für die die Parameter zur Berücksichtigung der Unitarität insbesondere bei niederen Energien eingeschränkt werden müssen.

3. Rechnungen im $A = 5$ -System

3.1 Das $3/2^+$ -Niveau in ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ bei 16.7 MeV Anregungsenergie

3.1.1 Die Besonderheiten des $3/2^+$ -Niveaus

Zum Überprüfen von Resonanztheorien haben einige Reaktionen eine besondere Bedeutung gewonnen, so ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$, mit der das $3/2^+$ -Niveau in ${}^5\text{Li}$ bei 16.66 MeV Anregungsenergie beobachtet werden kann, ebenso wie ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$ für das entsprechende Niveau bei 16.76 MeV in ${}^5\text{He}$. Dies hat mehrere Gründe:

- (1) Aus der beobachteten Isotropie der Winkelverteilung kann auf $l_1 = 0$ im Eingangskanal geschlossen werden. Wegen des bekannten Gesamtdrehimpulses $J^\pi = 3/2^+$ (aus der p- α -Streuung) muß dann nur ein Matrixelement berücksichtigt werden. Der totale Wirkungsquerschnitt läßt sich deswegen besonders einfach schreiben:

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{\pi}{6 k_d^2} \cdot |T_{p\alpha}|^2 \quad (39)$$

mit den Kanälen $d = \{ {}^3\text{He}, d; \frac{1}{2}, 1; \frac{3}{2}, 0; \frac{3}{2}^+, 0 \}$ und $p = \{ {}^4\text{He}, p; 0, \frac{1}{2}; \frac{1}{2}, 2; \frac{3}{2}^+, 0 \}$ in der Schreibweise $c = \{ \alpha_1, \alpha_2; s_1, s_2; s, l; J^\pi, M \}$ mit der Parität π . Unter der Annahme $l_1 = 0$ verschwindet auch die Vektorpolarisation, und die Tensorpolarisationen zeigen die gleichen Energieabhängigkeiten wie der totale Wirkungsquerschnitt selbst. Neuere Messungen und Auswertungen (siehe z. B. SE75) zeigen jedoch, daß sowohl Partialwellen mit $l \neq 0$ geringfügig beteiligt sind (Anisotropie des differentiellen Wirkungsquerschnittes), als auch ein kleiner Teil der Reaktion über den $1/2^+$ -s-Wellenkanal verläuft (von Null verschiedene Anteile der Vektorpolarisation). Die in den zitierten Arbeiten und hier angegebenen Resonanzrechnungen beziehen sich aber nur auf den totalen Wirkungsquerschnitt. Deshalb sind die Ungenauigkeiten, die durch die Berücksichtigung nur eines Matrixelementes verursacht werden, gering im Vergleich zu den Meßfehlern.

- (2) Wegen der großen Energietönung von $Q = 18.36$ MeV bei ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ und von $Q = 17.59$ MeV bei ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$ kann man für Einschußenergien von $E_{d,\text{lab}} \leq 500$ keV die Energieabhängigkeiten im Ausgangskanal vernachlässigen. Das Matrixelement und der Wirkungsquerschnitt zeigen dann nur das Energieverhalten der zum Eingangskanal gehörenden Größen, wie der Eindringfaktoren und Niveaushverschiebungen. Aus diesem Grunde ist auch der Radius des Ausgangskanals ohne Einfluß auf die Anpassungsgüte; er wird deshalb in den Rechnungen hier wie in den meisten zitierten Arbeiten dem Radius des Eingangskanals gleichgesetzt.

Ein weiterer Vorteil der angegebenen Reaktionen dürften die relativ genauen Messungen gewesen sein, die wegen der hohen Resonanzquerschnitte, der hohen Energie der emittierten Teilchen und ihren einfachen Spektren schon frühzeitig zur Verfügung standen. Dabei zeigen die einzelnen Messungen über ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$ eine relativ gute Übereinstimmung (siehe z. B. JA56, LI73), während sich die Daten zu ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ in den verschiedenen Veröffentlichungen beträchtlich unterscheiden (JA56, WE66, MC67b): Bonner et al. (BO52) und Kunz (KU55) geben einen totalen Resonanzquerschnitt von etwa 700 mb an; Yarnell et al. (YA53) und Freier et al. (FR54) erhalten etwa 900 mb. Andere Messungen liegen zwischen diesen Extremwerten (z. B. Kliucharev et al. 1966 mit etwa 800 mb, siehe in WE66). Zwar tendieren die Ergebnisse neuerer Experimente eher zu etwas höheren Wirkungsquerschnitten (FO71: 12 % unter YA53, d. h. 800 mb; PL72: 850 mb aus der elastischen $p\text{-}\alpha$ -Streuung), doch sind die Widersprüche noch nicht aufgelöst. (Auch die $p\text{-}\alpha$ -Messungen von SO76 sind offensichtlich nicht genau genug, um über detailed-balance-Rechnungen weitere Aufschlüsse zu geben.) Man wird deshalb auch stark unterschiedliche Resonanzparameter zu dem $3/2^+$ -Niveau in ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ erwarten müssen.

3.1.2 Resonanzanpassungen in früheren Arbeiten

Die wichtigsten Ausgleichrechnungen zu den $3/2^+$ -Resonanzen in ${}^3\text{He}(\text{d},\text{p}){}^4\text{He}$ und ${}^3\text{H}(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}$ sind in Tabelle 1 aufgeführt. Die Ein-Niveau-Näherung der R-Matrix-Theorie (siehe (21) und (39)):

$$\sigma_{d \rightarrow p} = \frac{\pi}{6 k_d^2} \cdot \frac{\Gamma_p \Gamma_d}{(E_d - E_\lambda + \Delta_p \gamma_p + \Delta_d \gamma_d)^2 + \frac{1}{4}(\Gamma_p + \Gamma_d)^2} \quad (40)$$

verwenden dabei Bonner et al. (BO52), Conner et al. (CO52), Argo et al. (AR52), Kunz (KU55), Weitkamp et al. (WE66) und Hoop et al. (HO66), siehe Spalte 4 bis 8 der Tabelle 1. In den letzten beiden Arbeiten werden die Randwertgrößen b_c in (24) so gewählt, daß die Niveaushiftungen 0 werden. Die entsprechenden charakteristischen Energien heißen hier zur besseren Unterscheidung Resonanzenergien E_r . Die Niveaushiftungsfaktoren Δ_p sind wegen der großen Energietönung der Reaktion ${}^3\text{He}(\text{d},\text{p}){}^4\text{He}$ klein gegenüber Δ_d ; sie sind deswegen in den zitierten Arbeiten normalerweise vernachlässigt worden.

Da die reduzierten Breiten γ_d und γ_p nicht linear vom Wirkungsquerschnitt abhängen, sind mehrere Parametersätze als Lösungen möglich (siehe auch Kap. 3.1.3.4). Sie sind in der Tabelle 1 zitiert, sofern sie in den entsprechenden Arbeiten angegeben sind.

Die beiden Anpassungen von Mahaux (MA63b) und Jeukenne (JE64) an Ansätze im Rahmen der S-Matrix-Theorie (siehe die drei letzten Spalten in der Tabelle 1) gehen von der Ein-Niveau-Näherung (32a) in Verbindung mit (39) aus:

$$\sigma_{d \rightarrow p} = \frac{\pi}{6 k_d^2} \cdot q_0^2 \cdot \frac{\varepsilon_p^2 \varepsilon_d^2}{|\varepsilon_{p0} \varepsilon_{d0}|^2} \cdot \frac{k_p^4}{|k_{p0}|^4} \cdot \frac{k_p \cdot k_d}{k_{p0} \cdot k_{d0}} \cdot \frac{\Gamma_{p0} \Gamma_{d0}}{(E - E_0)^2 + \frac{\Gamma_0^2}{4}} \cdot (41)$$

Ziel der zwei Arbeiten war zu zeigen, daß dieser Ansatz der S-Matrix-Theorie gleichwertig dem der R-Matrix-Theorie (40) ist. Jeukenne testet darüber hinaus die radiusabhängigen Durchdringungsfaktoren P_c (siehe (22) sowie Kap. 2.3.3) und kommt für beide Reaktionen zu dem Ergebnis, daß die Meßergebnisse mit den radiusunabhängigen Faktoren π_c besser wiedergegeben werden. Die Güte der Anpassung wird dabei nur anhand von Bildern für die Wirkungsquerschnitte mit den π_c und mit den P_c für die Radien 5 fm, 3 fm und 2 fm, nicht aber durch die Summe Q der gewichteten quadratischen Abweichungen

$$Q = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\tilde{\sigma}_{exp}(E_i) - \tilde{\sigma}_{theor}(E_i)}{\Delta \tilde{\sigma}(E_i)} \right)^2 \quad (42)$$

angegeben, die ein quantitatives Maß für die Anpassungsgüte darstellt. Dabei bedeuten:

n die Anzahl der Meßpunkte,

$\tilde{\sigma}_{exp}(E_i)$ bzw. $\tilde{\sigma}_{theor}(E_i)$ die Werte für den Wirkungsquerschnitt, die bei den Energien E_i aus dem Experiment bzw. mit Hilfe des Resonanzansatzes bestimmt werden, und

$\Delta \tilde{\sigma}(E_i)$ die zu $\tilde{\sigma}_{exp}(E_i)$ gehörenden Meßfehler.

Der Erwartungswert für Q ist $n - m$, wobei m die Zahl der Parameter angibt, die im betrachteten Resonanzansatz angepaßt werden.

Für die Anpassungen in JE64 ist noch zu bemerken, daß

- (1) die experimentellen Werte für die Durchdringungsfaktoren π_c nicht statistisch um die Wirkungsquerschnittskurve streuen, sondern benachbarte Werte systematisch oberhalb oder unterhalb liegen, obwohl diese Anpassung nach JE64 die beste sein sollte (siehe Abb. 5 und 6, die für π_c die hier erreichten Abweichungen zeigt);
- (2) der für 2 fm angegebene Parametersatz nicht optimal sein kann, da alle Meßpunkte auf dem oder oberhalb des Graphen für den Wirkungsquerschnitt liegen.

Die Tabelle 1 zeigt zum Teil erhebliche Differenzen für die Parameter von den einzelnen Autoren, die nicht allein durch die unterschiedlichen Meßergebnisse erklärt werden können. Darüber hinaus weisen die zitierten Rechnungen bezüglich des Vergleichs der beiden Resonanztheorien folgende Nachteile auf:

- (1) Die Ansätze im Rahmen der R- und der S-Matrix-Theorien werden in keiner Arbeit direkt gegenübergestellt;
- (2) die Größe Q (siehe (42)) ist für die erzielten Lösungssätze nicht angegeben, sodaß die Anpassungsgüte von Parametersätzen aus verschiedenen Arbeiten nicht verglichen werden kann;
- (3) die Rechnungen sind nur für einen oder zu wenig Kanalradien durchgeführt; eine Abhängigkeit der Anpassungsgüte vom Kanalradius ist deshalb nicht oder nur ungenügend erkennbar.
- (4) In fast keiner Arbeit sind Fehler für die berechneten Resonanzparameter und in keiner Arbeit Untersuchungen über die Abhängigkeit von Q von den Parametern veröffentlicht.

Im Hinblick auf die Bestimmung von gültigen Resonanzparametern und auf weitere Anwendungen der Resonanzansätze scheint eine nochmalige systematische Auswertung der genannten Meßreihen sinnvoll zu sein.

3.1.3 Die Resonanzanpassungen zu den Daten von Kunz

Die Messungen von Kunz (siehe KU55 und Abb. 5) sind als einzige in den zitierten Arbeiten über ${}^3\text{He}(\text{d},\text{p}){}^4\text{He}$ nach den beiden Resonanzansätzen (40) und (41) der S- und der R-Matrix-Theorie ausgewertet worden (siehe Tabelle 1). Aus diesem Grunde und wegen der Unsicherheiten bei Jeukenne (JE64) werden die Daten von Kunz zuerst betrachtet (siehe die Tabellen 2 und 3).

3.1.3.1 Die Meßwerte und ihre Fehler

Die verwendeten Zahlenwerte für den totalen Wirkungsquerschnitt sind dabei aus Vergrößerungen der Abbildungen 6 und 7 von KU55 entnommen worden. Die Ablesefehler sind mit 0,2 % bzw. 1 mb klein gegenüber den Abweichungen $|\delta_{\text{exp}}(E_i) - \delta_{\text{theor}}(E_i)|$, die bei den Anpassungen erzielt worden sind. Die 15 verwendeten Meßwerte liegen alle im Schwerpunktsenergiebereich $E_{\text{CM}} = 40 \text{ keV}$ bis 320 keV.

Die Güte der Anpassungen für die verschiedenen Radien a der R- und der S-Matrix-Ansätze erkennt man an der Größe Q (siehe (42)) in der letzten Spalte der Tabellen 2 und 3. Bei fast allen Rechnungen erhält man viel zu kleine Werte für Q , bei günstigen Anpassungen 0.4 statt des Erwartungswertes 12. Dem entsprechend besitzen die errechneten Wirkungsquerschnitte eine viel zu kleine Streuung, verglichen mit den Fehlerbalken (siehe Abb. 5). Diese Eigenschaft beruht auf den Angaben für die Meßfehler bei Kunz; er schätzt sie mit nicht größer als 10 % bis 400 keV ${}^3\text{He}$ -Einschußenergie und mit nicht größer als 5 % für höhere Energien ab. Deswegen folgt:

- (a) Entweder sind (was von Kunz offensichtlich nicht ausgeschlossen wird) in den Messungen die absoluten Fehler tatsächlich so groß. Sie verfälschen dann benachbarte

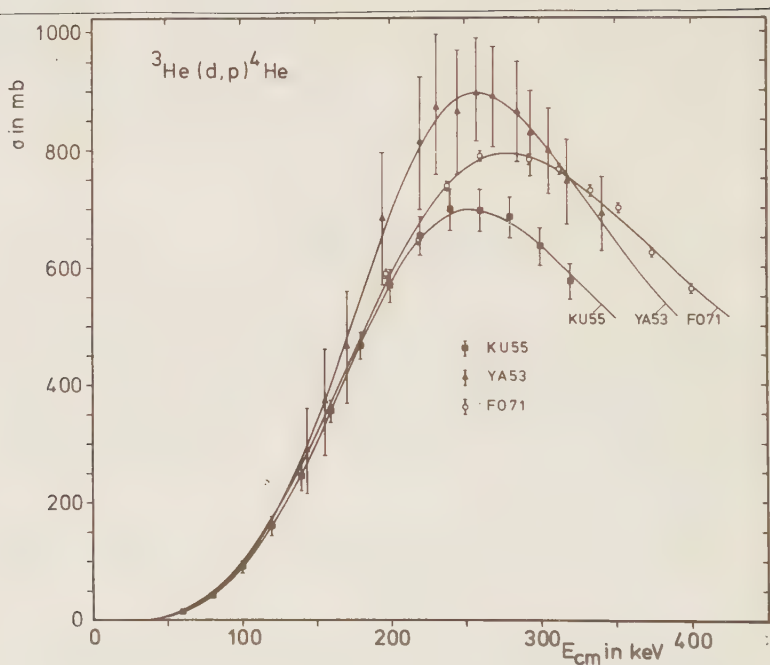


Abb. 5: Meßwerte von Kunz (KU55), Yarnell et al. (YA53) und Forssman (FO71) über das $3/2^+$ -Niveau in ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$. Die durchgezogenen Linien stellen Anpassungen mit dem (radiusunabhängigen) S-Matrix-Ansatz (41) dar.

Werte in ähnlicher Weise. Diese Abweichungen werden von allen angewendeten Ansätzen gut beschrieben. Für einen Vergleich der verschiedenen Resonanztheorien wären dann die Meßwerte von Kunz von geringer Bedeutung (entgegen der Verwendung dazu in JE64 und MA63b).

- (b) Oder die Abschätzung der absoluten Fehler sollte verfeinert werden. Unter der Annahme $Q \approx 12$ (d. h. die absoluten sind etwa gleich den relativen Fehlern) kann man sie zu 3 % / 1.5 % bestimmen. Sie wären dann in der gleichen Größenordnung wie die in B052 oder C052.

Eine Analyse der einzelnen Summanden von Q zeigt darüber hinaus, daß eine direkte Proportionalität der Meßfehler zu den Wurzeln der Wirkungsquerschnitte (bzw. Zählraten) besser als die stückweise lineare Abhängigkeit passen würde; d. h. die Schwankungen werden im wesentlichen durch statistische Fehler verursacht. (Aus ihnen kann man die Zählraten im Maximum des Wirkungsquerschnittes mit etwa 20 000 abschätzen.) Trotz der Vorbehalte zu den in KU55 angegebenen Fehlern werden sie hier verwendet, um besser mit den zitierten Arbeiten vergleichen zu können. (Rechnungen mit Fehlern, die zu den Wurzeln der Wirkungsquerschnittswerte proportional sind, führen zu den gleichen Folgerungen.)

3.1.3.2 Die Abschätzung der Parameterfehler

Die in den Tabellen angegebenen Resonanzparameter sind mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt worden, unter Verwendung des in SM69 angegebenen Gradientenverfahrens, das aus vorgegebenen Startwerten iterativ das Minimum von Q und die dazu gehörenden Resonanzparameter ermittelt. (Die Rechnungen wurden auf der Control Data 3300 des Erlangerer Universitätsrechenzentrums durchgeführt.) Die angegebenen Parameterfehler wurden nach folgender Methode abgeschätzt (siehe z. B. F061 oder JA75): Man vergrößert bzw. verkleinert den Parameter, zu dem der Fehler bestimmt werden soll, so weit, bis sich der Minimalwert von

a in fm	E_0 in keV	Γ_0 in keV	$q_0^2 \cdot \Gamma_{p0} \cdot \Gamma_{d0}$ in (keV) ²	Q
7	241 (236)	218 (219)	878 ((874))	11,6 ((15,9))
5	233 (236)	237 (228)	2870 ((2670))	3,33 ((5,39))
3	222 (222)	254 (235)	19200 ((16800))	0,821 ((3,77))
2	215 (218)	260 (240)	116000 ((100600))	0,388 ((3,88))
1, 1	215	26	$2 \cdot 10^5$	0,367
1	210	265	$3,38 \cdot 10^5$	0,476
π_c	208 ± 3 (208)	265 ± 13 (258)	10300 ± 1300 (9657)	0,842 ((1,90))

Tabelle 2:

Resonanzparameter für den S-Matrix-Ansatz (41) mit den Durchdringungsfaktoren π_c (siehe (33b)) bzw. P_c (siehe (22)) für die Meßreihe in KU55 über das $3/2^+$ -Niveau in ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$. Es bedeuten: a der Radius für die P_c , E_0 die Resonanzenergie, Γ_0 die totale Breite, $q_0^2 \cdot \Gamma_{p0} \cdot \Gamma_{d0}$ das Produkt der partiellen Breiten mit der Niveaunkonstante q_0 und Q die Anpassungsgüte (siehe (42)). Der Erwartungswert von Q beträgt 12. Die in Klammern angegebenen Resonanzparameter sind die von JE64; die mit doppelten Klammern versehenen wurden hier optimal dazu angepaßt.

Q um eins erhöht hat, wenn man gleichzeitig nach allen restlichen Parametern angleicht. Die beiden Abweichungen zwischen vergrößertem bzw. verkleinertem und ursprünglichem Parameterwert stellen die in den Tabellen angegebenen Fehler dar. Die Differenz von 1 für Q wurde (auch in ähnlichen Fällen weiter unten) trotz der viel zu kleinen Q-Werte genommen, um die systematischen Meßfehler, die Kunz bei seiner Abschätzung nicht ausschließen wollte, in die Parameterfehler mit einzubeziehen. (Rechnungen mit einer Differenz für Q, die entsprechend dem Erwartungswert normiert ist, ergeben Fehler, die ein Drittel bis ein Fünftel der angegebenen betragen. Diese Normierung wird verwendet, wenn Q erheblich größere Werte als erwartet aufweist, z. B. bei FO71, siehe unten.) Die in den Tabellen angegebenen Fehler für E_r sind aus denen von E_λ ermittelt, da nach E_λ angepaßt und daraus E_r berechnet worden ist.

3.1.3.3 Die Anpassungen im Rahmen der S-Matrix-Theorie

Ausgangspunkt der Rechnungen mit den Wirkungsquerschnittswerten von Kunz ist der S-Matrix-Ansatz (41) mit den Eindringfaktoren π_c und P_c (siehe (33b) und (22)). In der Tabelle 2 sind die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit denen aus JE64 gegenübergestellt (Angaben in Klammern). Die Werte in Doppelklammern stammen aus Anpassungen, bei denen die in JE64 angegebenen Resonanzparameter festgehalten worden sind.

Abbildung 5 zeigt den durch Anpassung ermittelten Wirkungsquerschnitt, der unter Verwendung der π_c errechnet worden ist, zusammen mit den Meßpunkten. Die Abweichungen der theoretischen Werte von Meßergebnissen sind, wie bei fast allen Rechnungen hier und in früheren Arbeiten mit den Meßpunkten von Kunz teilweise sehr klein. Zur besseren Sichtbarkeit zeigt deshalb die Abbildung 6 die Größen

$(\sigma_{\text{exp}}(E_i) - \sigma_{\text{theor}}(E_i)) : \Delta \sigma(E_i)$ gesondert für die Wir-

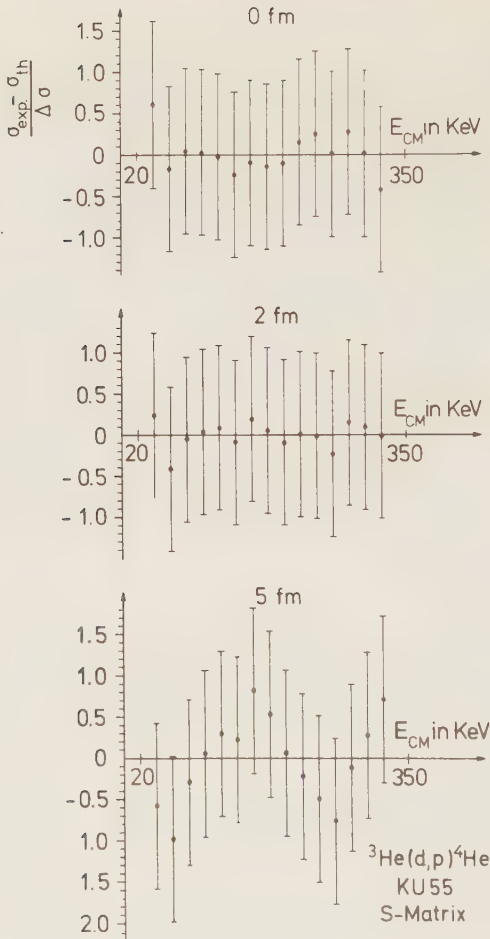


Abb. 6: Abweichungen $(\sigma_{\text{exp}}(E_i) - \sigma_{\text{theor}}(E_i)) : \Delta \sigma(E_i)$ der gemessenen von den durch Anpassung bestimmten Wirkungsquerschnittswerten für $^3\text{He}(d,p)^4\text{He}$ für die Meßreihe in KU55; die Abweichungen sind also mit den Meßfehlern $\Delta \sigma(E_i)$ normiert. Dabei ist der S-Matrix-Ansatz (41) mit den Durchdringungsfaktoren π_c (siehe (33b)) bzw. P_c (siehe (22)) mit den Radien 2 fm und 5 fm verwendet worden. Die Abszissenachse stellt dabei den "gestreckten" Graphen des Wirkungsquerschnittes dar, der sich aus der jeweiligen Anpassung ergibt. Die senkrechten Linien durch die einzelnen Daten demonstrieren die Meßfehler.

kungsquerschnitte mit den Faktoren P_c mit 2 fm und 5 fm Radius und mit π_c in Abhängigkeit von der Energie. Die Abszissenachse stellt dabei den "gestreckten" Graphen des Wirkungsquerschnittes dar, der sich aus der jeweiligen Anpassung ergibt. Die senkrechten Linien durch die einzelnen Daten demonstrieren die Meßfehler.

Wie aus den Q-Werten in Tabelle 2 und aus der Abbildung 6 abgelesen werden kann, ist die Aussage von JE64 nicht richtig, daß man mit Hilfe der Faktoren π_c die besten Anpassungen erhält. Insbesondere die Rechnung mit Hilfe der P_c für 2 fm hat einen besseren Wert für Q, auch wenn man berücksichtigt, daß sich wegen des Radius als zusätzlichen Parameter die Zahl der Freiheitsgrade um 1, nämlich von 12 auf 11 erniedrigt. In Abbildung 6 erkennt man, daß benachbarte Meßpunkte für den Ansatz mit π_c noch systematisch oberhalb oder unterhalb von den theoretischen Werten liegen, während sie bei 2 fm nur in statistischer Weise schwanken. Beide Anpassungen sind jedoch erheblich besser als die z. B. für 5 fm. (Betrachtet man den Radius als weiteren freien Parameter, so bestimmt er sich zu 1.7 fm, siehe Abb. 7.) Die Aussage, daß sich die Faktoren P_c für etwa 2 fm besser eignen als die radiusunabhängigen Faktoren π_c , wird erhärtet durch Kontrollrechnungen mit anderen Annahmen über die Meßfehler, mit nur einem Teil der hier aufgeführten 15 Meßpunkte und mit Meßwerten der Abb. 4 in KU55.

Der Grund der Diskrepanz der Rechnungen in JE64 und hier liegt offensichtlich im wesentlichen in den unterschiedlichen Breiten. Gerade für 2 fm differieren die totalen Breiten merklich; die partiellen Breiten bzw. das Produkt $q_o^2 \cdot \Gamma_{po} \cdot \Gamma_{do}$ werden in JE64 nicht angegeben, sind dort aber ebenfalls für 2 fm zu klein, da alle experimentellen Werte oberhalb oder auf der Wirkungsquerschnittskurve liegen (siehe Abb. 1 in JE64).

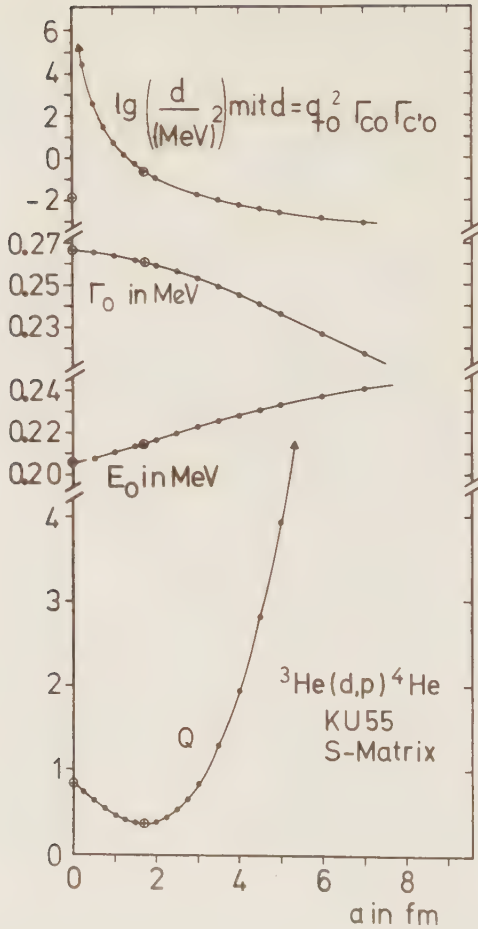


Abb. 7: Abhängigkeit der Anpassungsgröße Q (siehe (42)), der Resonanzenergie E_0 , der totalen Breite Γ_0 und des Produktes $q_0 \cdot \Gamma_{d0} \cdot \Gamma_{p0}$ vom Kanalradius a für den S-Matrix-Ansatz (41) mit den Durchdringungsfaktoren π_c (siehe (33b)) bzw. P_c (siehe (22)). Die durchgezogenen Linien sind Sichthilfen. Die Werte für π_c , d. h. für 0 fm und für das Minimum in Q sind besonders hervorgehoben.

Die Abbildung 7 verdeutlicht die Ergebnisse. Sie zeigt die Größen Q , E_0 , Γ_0 und $\log(q_0 \cdot \Gamma_{do} \cdot \Gamma_{po})$ in Abhängigkeit vom Kanalradius a . Die Kreise stellen die Ergebnisse der einzelnen Anpassungen dar; durch sie sind Sichtlinien gezeichnet. Die Werte für π_c und für das Minimum in Q sind besonders hervorgehoben.

Abbildung 7 demonstriert, daß die "nachträglich" in die S-Matrix eingeführten Durchdringungsfaktoren P_c mit Kernradien zwischen 0 und etwa 3 fm den radiusunabhängigen "ursprünglichen" Faktoren π_c überlegen sind. Darüber hinaus erkennt man, daß die Beziehung $P_c \rightarrow \pi_c$ für $a \rightarrow 0$ in JE64, siehe auch Kapitel 2.3.3, bestätigt wird (sogar von Werten für 0.1 fm und 0.01 fm, die in Abb. 7 nicht besonders gekennzeichnet sind).

Aus den Ergebnissen kann man einerseits wegen den in KU55 angegebenen Meßfehlern noch nicht den Schluß ziehen, daß die radiusabhängigen Durchdringungsfaktoren P_c für das $3/2^+$ -Niveau in ${}^5\text{Li}$ bei der ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ -Reaktion die "richtigen" sind. Andererseits führt jedoch ihre Verwendung zu eindeutig besseren Anpassungen. Dies steht im Gegensatz zu einer der Grundideen der S-Matrix, der Radiusunabhängigkeit. Die bessere Beschreibung der Meßergebnisse mit den Faktoren P_c bringt einen wesentlichen Nachteil mit sich. Die Resonanzparameter hängen vom gewählten Kernradius ab, die Resonanzenergie E_0 und die totale Breite Γ_0 nur etwas; die partiellen Breiten bzw. das Produkt $q_0^2 \cdot \Gamma_{do} \cdot \Gamma_{po}$ stark, siehe Abb. 7.

Die partiellen Breiten Γ_{do} und Γ_{po} lassen sich nur mit der Annahme $q_0 = 1$ bestimmen, die allein für $\Gamma_0 \rightarrow 0$ gesichert ist (siehe auch Kap. 2.3.3). Unter dieser Voraussetzung erhält man für die Faktoren π_c zwei in sich symmetrische Lösungen; mit der Bedingung $\Gamma_{do} > \Gamma_{po}$ ergibt sich $\Gamma_{do} = 220$ keV, $\Gamma_{po} = 46$ keV.

Satz	a in fm	E_{λ} in keV	E_r in keV	γ_d in keV	γ_p in keV	$\frac{\gamma_d}{\gamma_p}$	Q
$\oplus$	7	$230 \pm 3,1$ (233)	252	$55,5 \pm 1,9$ (62)	$19,5 \pm 0,9$ (23)	2,8	7,10
	5	$197,9 \pm 3,2$ (198)	247	$112,1 \pm 4,4$ (116)	$34,5 \pm 1,8$ (36,3)	3,2	1,80
	2,75	28,7	239	373	123	3,0	0,353
$\ominus$	7	162 ± 12 (128)	339	642 ± 55 (780)	$9,7 \pm 1,1$ (12)	66	1,13
	5	-430 ± 110 -150 (-400)	380	2980 ± 710 -500 (2930) (3000)	$43,3 \pm 11,2$ -7,9 (41,9) (43)	69	0,602
	(WE66)		(378)				
	4	-24200	406	93000	1360	68	0,571

Tabelle 3

Resonanzparameter des R-Matrix-Ansatzes (40) für die $3/2^+$ -Resonanz in ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ für die Meßreihe in KU55 für die zwei Lösungssätze $\oplus$ und $\ominus$. Es bedeuten: a der Kanalradius, E_{λ} die charakteristische Energie, E_r die Resonanzenergie (siehe Kap. 2.2, S.23f), γ_d und γ_p die reduzierten Breiten des d- bzw. p-Kanals und Q die Anpassungsgüte (siehe (42)). Die in Klammern angegebenen Literaturwerte stammen bis auf die besonders gekennzeichnete Zeile aus KU55.

3.1.3.4 Die Anpassungen im Rahmen der R-Matrix-Theorie

Die Ergebnisse der Anpassungen mit Hilfe des R-Matrix-Ansatzes (40) sind in Tabelle 3 und Abbildung 8 angegeben. Ehe sie diskutiert werden, folgen zuerst Vorbemerkungen über die Niveauverschiebungen und über die Zahl der Lösungssätze.

Kunz hat die Niveauverschiebung $\Delta_p \cdot \gamma_p$ gegenüber $\Delta_d \cdot \gamma_d$ vernachlässigt; die dort ermittelten charakteristischen Energien (siehe Tab. 1) sind deshalb hier zum besseren Vergleich der beiden Rechnungen um $\Delta_p \cdot \gamma_p$ vermindert worden. Das Produkt $\Delta_p \cdot \gamma_p$ ist für die Anpassungsgüte ohne Einfluß, da es wegen der großen Energietönung der Reaktion von der Einschußenergie nahezu unabhängig ist. (Für die ersten Lösungssätze liegen die Werte von $\Delta_p \cdot \gamma_p$ für 7 fm zwischen 1.96 und 1.93 keV, für 5 fm zwischen 7.10 und 6.98 keV; die zweiten Sätze haben Werte zwischen 0.983 und 0.968 keV für 7 fm und zwischen 8.86 und 8.71 keV für 5 fm.)

Als Ergebnis der Rechnungen erhält man für einen Teil der Radien zwei Lösungssätze $\oplus$ und $\ominus$ (diese Bezeichnungen sind nach dem Vorzeichen von E_λ bei 5 fm gewählt worden). Das Auftreten von zwei Lösungssätzen hat folgenden Grund: Aus den Anpassungen lassen sich die Summe $\Gamma_p + \Gamma_d$ im Nenner und das Produkt $\gamma_p \cdot \gamma_d$ als ein Teil des Zählers von (40) eindeutig bestimmen. Die reduzierten Breiten γ_p und γ_d selbst hängen jedoch davon nicht linear ab, sodaß eine, mehrere oder auch keine Lösung auftreten kann. Da man anpaßt statt umformt, ergibt sich aber mindestens ein Parametersatz.

Der Satz $\oplus$ ist bedeutungslos, da seine reduzierten Breiten nicht mit denen aus anderen Experimenten zu ${}^5\text{Li}$ übereinstimmen. (Der $3/2^+$ -Zustand hat eine ${}^3\text{He} + d$ Konfiguration mit einer nur geringen $\alpha + p$ -Beimischung.) Die Parameter zu $\oplus$ sind trotzdem in Tabelle 3 aufgeführt, um die Rechnungen in KU55 und hier möglichst vollständig vergleichen zu können.

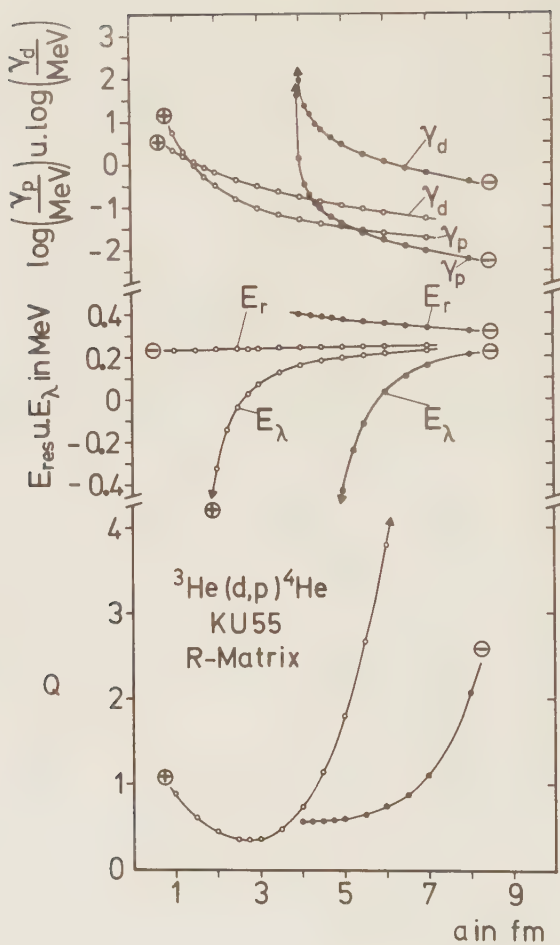


Abb. 8: Abhängigkeit der Anpassungsgüte Q (siehe (42)) und der R-Matrix-Parameter (siehe (40)) vom Kanalradius a . Die Sätze $\oplus$ und $\ominus$ sind entsprechend gekennzeichnet. Die durchgezogenen Linien sind Sichthilfen.

Die Übereinstimmung zwischen den Werten in KU55 und denen hier ist für beide Sätze für 7 fm schlecht. Der Grund der Diskrepanz ist in KU55 genannt: Dort wurde der Niveauverschiebungsfactor Δ_d für 7 fm linear angenähert (siehe TH51) und damit die im Gegensatz zu 5 fm schlechte Anpassungsgüte begründet. Die Ergebnisse zeigen, daß das $3/2^+$ -Niveau für eine lineare Annäherung, verglichen mit der totalen Breite, zu nahe an der Schwelle liegt. Die Übereinstimmung mit den Sätzen zu 5 fm ist bezüglich der errechneten Fehler gut. Die geringen Unterschiede können aus der damals wohl ungenauen interpolativen Bestimmung der Coulombwellenfunktionen durch Tabellen herrühren. (In der vorliegenden Arbeit wurde das leistungsfähige Programmsystem von Bardin et al. (BA72b) benutzt.) Ein Hinweis dazu ist die noch bessere Übereinstimmung des etwa 10 Jahre später errechneten Satzes von WE66 mit dem Ergebnis hier.

In Tabelle 3 und Abbildung 8 erkennt man, daß die charakteristische Energie E_λ und die reduzierten Breiten γ_d und γ_p von dem Kanalradius a abhängen, ein Nachteil jeder radiusabhängigen Resonanztheorie, der durch die willkürliche Trennung Kerninneres - Kernäußeres verursacht wird. Nur schwach vom Radius abhängig und damit "bessere" Parameter sind dagegen die Resonanzenergie E_r und der Quotient $\gamma_d : \gamma_p$ der reduzierten Breiten.

Die starke Energieabhängigkeit der Parameter wird in erster Linie durch den steilen Abfall des Durchdringungsfaktors P_d mit abnehmendem Radius in der Nähe der ${}^3\text{He} + d$ -Schwelle verursacht. Je weniger Deuteronen in das Kerninnere $r < a$ gelangen, desto größer muß bei gleichbleibendem Wirkungsquerschnitt die Wahrscheinlichkeit für die entsprechende Wechselwirkung innen werden; in erster Linie kompensieren die reduzierten Breiten den starken Abfall von P_d . Als Folge davon wächst die Niveauverschiebung, und die charakteristische Energie nimmt ab.

In Abbildung 8 sind analog der Abbildung 7 Q und die Resonanzparameter für den R-Matrix-Ansatz in Abhängigkeit des Kanalaradius a aufgetragen. Der Satz $\oplus$ läßt sich für alle Radien bestimmen und paßt bei etwa 3 fm am besten. Der Satz $\ominus$ existiert dagegen nur für $r > 3.9$ fm, mit der Eigenart $E_\lambda \rightarrow -\infty$ und $\gamma_p, \gamma_d \rightarrow +\infty$ für $a \rightarrow 3.9$ fm (siehe auch Tab. 3). Das heißt, oberhalb 3.9 fm streben die Parameter bei den einzelnen Iterationen der Anpassung (siehe Kap. 3.1.3.2) von ihren Startwerten einem der beiden Lösungssätze zu. Unterhalb 3.9 fm konvergieren sie zum Satz $\oplus$ oder divergieren nach $+\infty$ für die partiellen Breiten und nach $-\infty$ für die charakteristische Energie E_λ .

Die Anpassungsgüte ist in der Nähe dieser Anomalie bei 3.9 fm am besten; die Resonanzparameter E_λ , γ_p und γ_d verlieren aber dort ihren Sinn. Das heißt, sie haben nicht mehr die Größenordnung anderer Kerngrößen, z. B. E_λ die von der Bindungsenergie pro Nukleon im Kern. Die Ursache dieser Besonderheit ist offensichtlich die Reichweite der Kernkräfte: Bei der geringen Einschußenergie gelangen zu wenig Deuteronen durch den Coulombwall bis in den Bereich kleiner als 4 fm, um den großen Resonanzquerschnitt zu erklären. Die Deuteronen müssen also schon weiter außen mit dem ${}^3\text{He}$ wechselwirken.

3.1.3.5 Vergleich der beiden Ansätze

Die Abhängigkeit der Wirkungsquerschnitte von der Energie ist bei den S-Matrix-Ansätzen einfacher als bei denen der R-Matrix-Theorie, obwohl man hier beide Male mit 3 Parametern auskommt (wenn man vom Radius absieht). Die Niveauverschiebungsfaktoren Δ_c fehlen nämlich im S-Matrix-Ansatz, und die partiellen Breiten sind unabhängig von der Energie. Es reicht deshalb nicht aus, die beiden Theorien allein anhand von Neutronenreaktionen, für die $\Delta_c = 0$ gilt und sich P_c stark vereinfacht, zu vergleichen, im Gegensatz zu einem Vorschlag in TI72. Die Ein-Niveau-Näherung (41) der S-Matrix bedeutet

zudem eine Faktorisierung des Geschehens im Kerninnern, beschrieben durch den Lorentzterm, und des außen, ausgedrückt durch die Durchdringungsfaktoren, obwohl die Vorgänge voneinander abhängig sind, siehe z. B. HU66, Kap. 4.2, S. 406. Der S-Matrix-Ansatz dürfte also eine "gröbere" Näherung darstellen als der R-Matrix-Ansatz. Trotz dieser Unterschiede passen beide Ansätze etwa gleich gut (S-Matrix-Ansatz, Tabelle 2: $Q = 0.84$; R-Matrix-Ansatz, Tabelle 3: $Q = 0.60$ für Satz ② bei 5 fm). Die komplizierten Energieabhängigkeiten in der R-Matrix-Näherung kompensieren sich also.

3.1.4 Rechnungen mit den Meßwerten von Yarnell et al. und von Forssmann

Die Messungen über ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ bezüglich des $3/2^+$ -Niveaus unterscheiden sich zum Teil erheblich. Deshalb werden zwei weitere Meßreihen ausgewertet, die Reihe von Yarnell et al. (YA53) (die von Plattner (PL72) beim Vergleich mit der p- α -Streuung bevorzugt wird) und die von Forssmann (FO71) als eine Reihe aus einer zeitlich nicht so weit zurückliegenden Arbeit, bei der das Hauptaugenmerk auf sehr genaue Polarisationsmessungen lag.

Die Werte für den totalen Wirkungsquerschnitt und die Fehler wurden in YA53 aus den differentiellen Werten für den Laborwinkel 86° (dortige Tabelle 1 bzw. dortige Abbildung 6), in FO71 aus den Koeffizienten für das nullte Polynom der Legendre-Entwicklung (dortige Tabelle 1) bestimmt. Sie liegen für die aus YA53 im Energiebereich zwischen 140 und 350 keV (14 Werte), für die aus FO71 zwischen 190 und 400 keV Schwerpunktsenergie (10 Werte). Diese Meßpunkte zeigt Abbildung 5.

Die Ergebnisse der Anpassungen stehen in der Tabelle 4 für den S-Matrix-Ansatz (41) und in Tabelle 5 für den R-Matrix-Ansatz (40). Wie bei Kunz (KU55) gibt es bei dem R-Matrix-

Messung aus	a in fm	E ₀ in keV	Γ ₀ in keV	$q_0^2 \cdot \Gamma_p \cdot \Gamma_d$ in (keV) ²	Q
YA53	7	249	257	1440	1,09
	5	240	260	4120	0,780
	3	231	259	24100	0,531
	2	226	256	136000	0,430
	1	221	252	$5,95 \cdot 10^6$	0,348
	0,5	220	251	$4,12 \cdot 10^8$	0,316
	π _c	218 ± 12	249^{+38}_{-29}	11300^{+4300}_{-2600}	0,293
FO71	15	291	355	30,8	34,6
	10	275	368	940	28,4
	8	265	372	1770	27,5
	7	259	373	2610	27,6
	5	246	370	7110	29,2
	2	225	348	213000	35,8
	π _c	216 ± 7	326 ± 14	20200^{+2100}_{-1800}	43,4

Tabelle 4

Resonanzparameter des S-Matrix-Ansatzes für die 3/2⁺-Resonanz in ³He(d,p)⁴He für die beiden Meßreihen in YA53 und FO71. Die Beziehungen für die Wirkungsquerschnitte und die Bezeichnungen sind wie in Tab. 2 gewählt. Die Erwartungswerte von Q sind 11 bei YA53 und 7 bei FO71.

Mes- sung aus	a in fm	E_λ in keV	E_r in keV	γ_d in keV	γ_p in keV	Q	$\frac{\gamma_d}{\gamma_p}$
YA53	7	193 ± 20	331	485 ± 160 $- 100$	$11,1 \pm 4,7$ $- 2,5$	0,416	44
	5	-83 ± 90 $- 190$	348	1450 ± 1030 $- 440$	$30,3 \pm 26$ $- 10$	0,300	48
	(WE66)		(348)	(1500)	(33)		
	4	-774	360	3810	78,9	0,274	48
	3,25	-5370	372	19550	426	0,268	46
FO7*	20	348	356	66,1	2,44	36,5	27
	12,5	339	367	152	4,90	27,6	31
	7	255 ± 10	405	633 ± 710 $- 570$	$17,2 \pm 2,4$ $- 1,8$	40,3	37
	5	-90 ± 55 $- 85$	447	2200 ± 680 $- 410$	57 ± 21 $- 12$	47,1	39
	3,5	-24100	494	102000	2780	51,7	37

Tabelle 5: Resonanzparameter der Lösungssätze Θ für den R-Matrix-Ansatz für die $3/2^+$ -Resonanz in ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$. Die Beziehungen für den Wirkungsquerschnitt und die Bezeichnungen sind wie in Tabelle 3 gewählt.

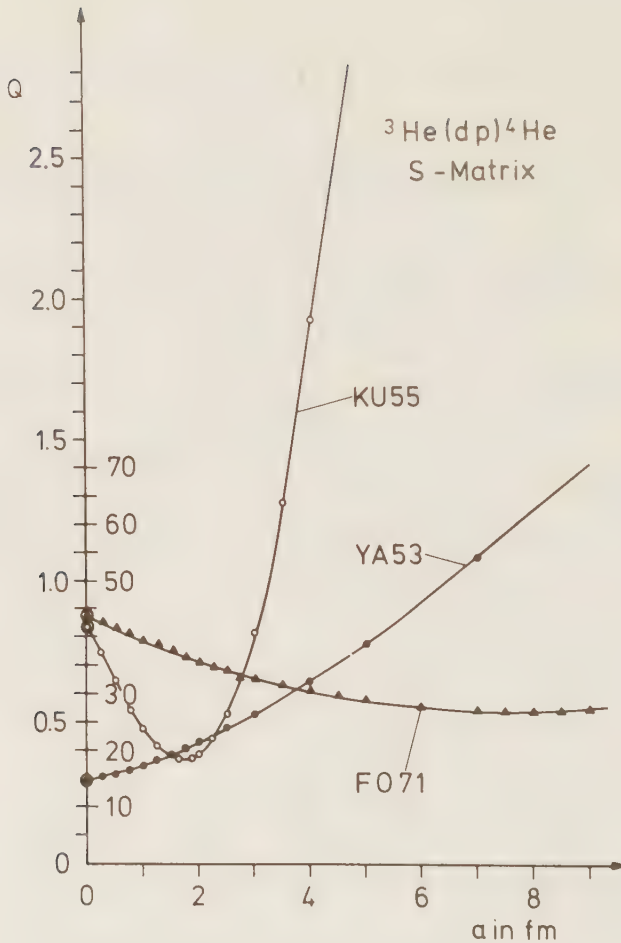


Abb. 9: Anpassungsgüte Q (siehe (42)) in Abhängigkeit des Kanalradius a für die drei Messungen von Kunz (KU55), Yarnell et al. (YA53) und Forssman (FO71) für den S-Matrix-Ansatz (41) mit den Durchdringungsfaktoren F_c (siehe (22)) und π_c ($a = 0$ fm - siehe (33b)).

Ansatz zwei Lösungssätze; die physikalisch bedeutungslosen Sätze $\oplus$ werden in der Tabelle 5 nicht aufgeführt. (Sie zeigen jedoch die gleichen Eigenschaften wie der aus den Messungen von Kunz errechnete Satz $\oplus$.) Die Auswertungen mit dem S-Matrix-Ansatz ergeben für alle drei Messungen von Kunz, Yarnell und Forssmann (siehe Tabelle 4 und 2) etwa die gleiche Resonanzenergie von 210 keV (unter Berücksichtigung der Fehler), aber Unterschiede in der totalen Breite mit etwa 260 keV für die Meßreihen von Kunz und Yarnell und mit 326 keV für die von Forssmann. Als Folge davon ist auch das Produkt $q_0^2 \cdot \Gamma_{do} \cdot \Gamma_{po}$ für die letztgenannte Messung höher. In Abbildung 5 erkennt man, daß die Parameter in einfacher Weise die Unterschiede der Resonanzkurven widerspiegeln. Aus Γ_0 und $q_0^2 \cdot \Gamma_{do} \cdot \Gamma_{po}$ ergibt sich unter der Annahme $q_0 = 1$: $\Gamma_{do} = 190$ keV, $\Gamma_{po} = 60$ keV für die Messung in YA53 und $\Gamma_{do} = 243$ keV, $\Gamma_{po} = 83$ keV für die in FO71.

Die Abhängigkeit der Anpassungsgüte vom Kanalradius für die Faktoren P_c und π_c zeigen die Tabelle 4 und die Abbildung 9: Während die Meßreihe in YA53 die Behauptung in JE64 stützt, daß die Eindringfaktoren π_c bessere Anpassungen ergeben als die P_c , wird ihr von der Reihe in FO71 widersprochen; die Größe Q ist hier erst bei 8 fm minimal. Alle drei Messungen sind demnach, wie schon aus Abbildung 5 ersichtlich, von minderer Qualität. Ihre Genauigkeit reicht bei weitem nicht für einen Vergleich verschiedener Resonanzansätze aus, wie er z. B. in JE64 versucht worden ist.

Die Tabelle 6 gibt eine Abschätzung der Resonanzparameter an, die auf allen drei Messungen beruht. Die dort angegebenen Fehler sind so gewählt, daß sie die "wahren" Werte erfassen sollten (die Werte von FO71 wurden dabei mit einem geringen Gewicht versehen).

Die Angleichungen mit dem R-Matrix-Ansatz für die Sätze $\ominus$ (siehe Tab. 5) haben trotz der Verschiedenheit der Meßreihen KU55, YA53 und FO71 zwei gemeinsame Eigenschaften:

Reaktion	S-Matrix-Parameter					R-Matrix-Parameter					
	E_x in MeV	E_o in keV	Γ_o in keV	Γ_{do} in keV (Vor. $q_o = 1$)	Γ_{po} in keV ($q_o = 1$)	a in fm	E_λ in keV	γ_d in keV	γ_p bzw. γ_n in keV	E_r in keV	$\frac{\gamma_d}{\gamma_p}, \frac{\gamma_d}{\gamma_n}$
${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$	16,60	210 $\pm$ 10 (350)	270 $\pm$ 30 (450)	210 $\pm$ 30	60 $\pm$ 20	7	190 $\pm$ 40	580 $\pm$ 100	11 $\pm$ 4	360 $\pm$ 30	55 $\pm$ 15
						5	-200 $\pm$ 150	2300 $\pm$ 1000	40 $\pm$ 10		
${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$	16,75	47,5 $\pm$ 3 (79)	80,5 $\pm$ 4 (134)	-	-	7	-75... ..-350	5001400	1435	85 $\pm$ 5	42 $\pm$ 8
						5	-375... ..- ∞	4000 + ∞	100 + ∞		

Tab. 6: Zusammenfassung der Resonanzparameter der $3/2^+$ -Resonanzen in ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ und in ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$ bei der Anregungsenergie $E_x \approx 16.7$ in ${}^5\text{Li}$ bzw. ${}^5\text{He}$ (vergleiche Tabelle 5.2, S. 8 in AJ74). Die Bezeichnungen sind wie in Tab. 2 und 3 (bzw. 7 und 8) gewählt. Die Werte in Klammern beziehen sich auf das Laborsystem, die übrigen auf das Schwerpunktsystem.

1. Sie passen etwa gleich gut wie die mit dem S-Matrix-Ansatz (41) (vergleiche mit Tabelle 5).
2. Alle drei Meßreihen weisen die Anomalie im Anpassungsverhalten auf, die bei den Daten von Yarnell und Forssmann bei etwa 3 fm liegt.

Bei FO71 nimmt aber im Gegensatz zu den zwei anderen Reihen die Anpassungsgüte bei Annäherung an diese Anomalität ab; die besten Ergebnisse erhält man hier bei etwa 12.5 fm. Für die Messungen von FO71 sind also, auch für den nicht angegebenen Satz $\oplus$, große Radien charakteristisch. Anders als beim S-Matrix-Ansatz findet man bei dem der R-Matrix-Theorie keinen einfachen Zusammenhang zwischen der Form der verschiedenen Resonanzkurven und den zugehörigen Parameterwerten. Diese "Unanschaulichkeit" ist ein Nachteil des R-Matrix-Ansatzes. Soweit die einzelnen Sätze bereits früher ausgewertet worden sind, besteht gute Übereinstimmung, siehe die in Klammern angegebenen Werte der Tabelle 5. Eine Abschätzung von Parametern, die für alle drei Meßreihen charakteristisch sind, gibt wiederum Tabelle 6 an.

3.1.5 Untersuchung auf Konsistenz mit den Ergebnissen der p- α -Streuung

Aus der Auswertung der Reaktion ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ mit Hilfe des S-Matrix-Ansatzes lassen sich nicht die partiellen Breiten Γ_{d0} und Γ_{p0} sowie die Größe q_0 einzeln bestimmen. Dazu ist mindestens ein weiteres Experiment zum Zwischenkern ${}^5\text{Li}$ bei dieser Anregungsenergie notwendig. Während es für die elastische ${}^3\text{He} + d$ -Streuung keine verwertbaren Daten gibt (siehe z. B. AJ74), ist die p- α -Streuung im fraglichen Energiebereich hinreichend genau gemessen und durch eine Streuphasenanalyse ausgewertet worden (PL72). Mit Hilfe des dort errechneten Streumatrixelementes ${}^2D_{3/2}$ für den Bahndrehimpuls $l = 2$, Kanalspin $s = 1/2$ und Gesamtspin $J^\pi = 3/2^+$ soll versucht werden, weitere Aussagen über die Resonanzparameter des $3/2^+$ -Niveaus zu erhalten.

Plattner hat im Anschluß an seine Streuphasenanalyse das ${}^2\text{D}_{3/2}$ -Element mit Hilfe eines R-Matrix-Ansatzes ausgewertet, um mit den Ergebnissen der ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ -Reaktion vergleichen zu können. Dazu konstruierte er eine 3×3 R-Matrix mit den Kanälen $p + {}^4\text{He}$, $l = 2$, $s = 1/2$, $d + {}^3\text{He}$, $l = 0$, $s = 3/2$ und $d + {}^3\text{He}$, $l = 2$, $s = 1/2$ bzw. $s = 3/2$, wobei er die Untergrundanteile linear annäherte. Das ergibt (unter vereinfachenden Annahmen) neun Parameter, sechs allein für den Untergrund. Erst damit wird eine (im Gegensatz zu früheren Arbeiten - z. B. WE66) gute Übereinstimmung mit den Streuphasen erreicht. Die Parameter geben auch die ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ -Ergebnisse von Yarnell (YA53) gut wieder. Den großen Aufwand bei der Anpassung benötigt die Interferenz zwischen Resonanz und Untergrundanteil, die sich in den Realteilen der Streuphasen und den Meßdaten für die Polarisierung als plötzliche Abschwächung des beobachteten Resonanzeffektes mit zunehmender Energie bemerkbar macht, siehe Abbildung 10. Im Argand-Diagramm, Abbildung 11, sieht man diesen Effekt an einer Krümmungsvergrößerung in der durch die Punkte gebildeten Resonanzfigur ab etwa 18.75 MeV. Man erkennt dort auch die starke Absorption aus dem p - α -Kanal für $l = 2$, die die Kurve ab 19.6 MeV stark verformt.

Zur Beschreibung der ${}^2\text{D}_{3/2}$ -Phasen der p - α -Streuung im Rahmen der S-Matrix Theorie benötigt man die Beziehung (38) für eine Resonanz unter Einbeziehung von q_0 :

$$S_{pp} = \eta_p \exp(2i\delta_p) = \exp(2i\delta_{np}) \cdot \left(1 + Q_{pp}(E) - i \frac{q_0 \Gamma_{po} \exp(2i\delta_{po})}{E - E_0 + \frac{i}{2} \Gamma_0} \right) \quad (43)$$

In ihr sind allein die Parameter des Protonenkanals p enthalten; die anderen Kanäle werden nur indirekt über $Q_{pp}(E)$ und das Verhältnis $\Gamma_{po} : \Gamma_0$ berücksichtigt. Die Absorption, die das Abknicken des Argand-Diagramms verursacht, kann in (43) allein durch $Q_{pp}(E)$ beschrieben werden. Einerseits sollte die "Untergrund"-Funktion $Q_{pp}(E)$ von den theoretischen Überlegungen her eine ganze Funktion in E , also ohne

Pole sein. Andererseits muß $Q_{pp}(E)$ in den Wenig-Niveau-Näherungen, speziell in (43), den Einfluß der restlichen, nicht explizit aufgeführten Pole enthalten. Für die Anwendungen hat deshalb die Forderung: $Q_{pp}(E)$ ohne Pole, wenig Sinn. Vielmehr wird man die Energieabhängigkeit nach praktischen Gesichtspunkten wählen. Hier legt der Verlauf von η_p nahe,

$$Q_{pp} = q_0 (1 - \exp(-q_1 x)) \text{ mit } x = \begin{cases} 0 & \text{für } E < E_q \\ E - E_q & \text{für } E \geq E_q \end{cases} \quad (44)$$

anzusetzen, mit q_0 , q_1 und E_q als (im wesentlichen) frei wählbare Parameter. (Im Argand-Diagramm bewirkt Q_{pp} eine Verschiebung in die Richtung der reellen Achse.) Die Beschreibung der destruktiven Interferenz würde weitere Korrekturen erfordern, etwa imaginäre energiesabhängige Zusätze zu Q_{pp} . Da man für die Streuphasen δ_p keinen Hard-sphere-Charakter erkennen kann, wird für sie eine lineare Abhängigkeit mit der Energie angesetzt (siehe Kap. 2.3.4.3). Das sind, wie in III.2, insgesamt neun frei wählbare Parameter.

Während Plattner den R-Matrix-Ansatz in folgerichtiger Weise durch Hinzunahme weiterer Kanäle und einfacher Untergrundanteile ausbaut, erscheinen die notwendigen Korrekturen der S-Matrix willkürlich. Sie sind zum Teil nicht mehr innerhalb des Rahmens der Nambu-Jensen-Rosenfeldschen Entwicklung. Diese Nachteile scheinen eine Folge des in erster Linie mathematischen Vorgehens in der S-Matrix-Theorie zu sein. Es verzichtet weitgehend auf physikalische Vorstellungen und schließt deshalb auch eine direkte Berücksichtigung anderer Kanäle aus. Die Willkür im S-Matrix-Ansatz setzt sich auf die Werte der zu berechnenden Parameter fort; eine hinreichend genaue Bestimmung der partiellen Breiten Γ_{p0} , Γ_{d0} und der Größe q_0 ist deshalb nicht möglich.

Um mit einem nicht zu großen Aufwand wenigstens zu Abschätzungen der Parameter zu kommen, sind verschiedene Ansatz-

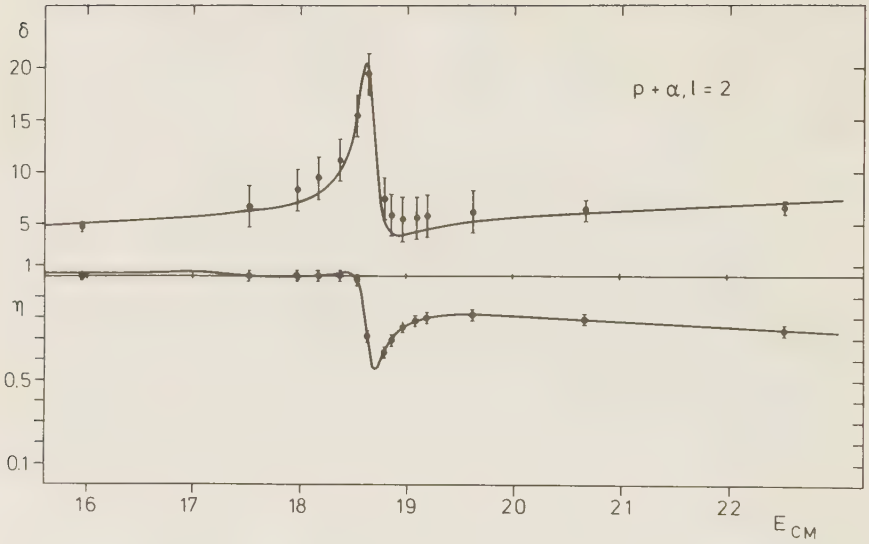


Abb. 10: Streuphasen δ_2 und Absorptionsparameter η_2 für den $l = 2, J^\pi = 3/2^+$ -Anteil der p - α -Streuung. Die durchgezogenen Linien stellen das Ergebnis einer Anpassung dar (siehe Kap. 3.1.5) in der die gezeichneten Daten (Kreisscheiben mit den zugehörigen Balken) als Stützpunkte dienen.

sungen mit (43) in Verbindung mit (44) durchgeführt worden. Teilweise wurden dabei die Untergrundparameter für δ_{HP} und Q_{pp} durch Vorrechnungen ermittelt; teilweise wurden die Punkte bevorzugt, für die man vermutete, daß bei ihnen die Interferenzeffekte schwächer bemerkbar sein könnten (also die Punkte weitab von oder direkt an der Resonanzenergie).

Alle Anpassungen zeigen, daß die Interferenzeffekte nur schlecht mit dem verwendeten Ansatz beschrieben werden können. Aus den einzelnen Rechnungen erhält man die Breiten $\Gamma_0 = 220 \dots 300$ keV, $q_0 \cdot \Gamma_{p0} = 50 \dots 75$ keV und die Resonanzenergie $E_0(p + \alpha) = 18.605 \dots 18.720$ MeV $\hat{=}$ $E_0(d + {}^3\text{He}) = 250 \dots 375$ keV (mit einer Energietönung der Reaktion von 18.3538 MeV). Während also die Breiten mit denen aus ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$, siehe Tabelle 6, nicht im Widerspruch stehen ($q_0 = 1$ vorausgesetzt), sind die aus der p- α -Streuung ermittelten Resonanzenergien zu hoch.

Abbildung 10 und 11 zeigen die Streuphasen und Absorptionsparameter sowie das Argand-Diagramm einer Rechnung, bei der möglichst großer Wert auf die Anpassungsgüte gelegt wurde. Die Resonanzparameter dazu sind:

$$E_0(p + \alpha) = 18.630 \text{ MeV} \hat{=} E_0(d + {}^3\text{He}) = 276 \text{ keV}$$

$$\Gamma_0 = 230 \text{ keV}, q_0 \Gamma_{p0} = 53 \text{ keV}, \xi_{p0} = -0.44 = -25^\circ$$

Der Untergrund ist mit $\delta_{HP} = -1.9^\circ + E \cdot 0.41^\circ : \text{MeV}$ und durch $q_0 = -0.47$, $q_1 = 0.13 : \text{MeV}$ und $E_q = 16.99$ MeV (siehe (44)) angenähert. Diese Anpassung zeigt folgende Besonderheiten:

- (1) Während bei δ_p noch systematische Abweichungen erkennbar sind, werden die Absorptionsparameter sehr genau innerhalb der angesetzten Fehler beschrieben. Allerdings lassen die wenigen experimentellen Werte für η_p zwischen 18.6 und 18.8 MeV eine gewisse Willkür zu (z. B. für die Lage des Minimums von η_p).
- (2) Die Unitarität der S-Matrix wird von den angepaßten Streuphasen nicht ganz eingehalten. η_p steigt bis zu 1.02 (bei etwa 17 MeV und 18.4 MeV - der Wert 1 für η_p

ist jedoch noch innerhalb der für die Absorptionsparameter angesetzten Fehler). Die Ursache ist die kleine Resonanzphase $\mathfrak{f}_{p0} = -25^\circ$, die Teile des Argand-Diagramms in das Äußere des Einheitskreises dreht (siehe Abb. 2). Damit kann der starke Abfall von η_p ab 18.5 MeV besser beschrieben werden.

- (3) Die Untergrundgröße Q_{pp} dient neben Γ_{p0} zur Beschreibung der Absorption. Deshalb sollte $E_p \geq 18.354$ MeV gelten, da dort die niedrigste Teilchenschwelle $d + {}^3\text{He}$ liegt. (Die Absorption aus dem p - α -Kanal mit $s = 1/2$, $l = 2$, $J = 3/2$ durch Spinflip wird vernachlässigt.) Aus der Rechnung erhält man aber $E_q \approx 17$ MeV. Mit Hilfe dieses Wertes kann die Bedingung $\eta_p \lesssim 1$ erfüllt werden: Durch die mit Q_{pp} verbundene Verschiebung gelangen die Teile der Resonanzfigur auf den Einheitskreis zurück, die durch $\exp(2i\mathfrak{f}_{p0})$ aus ihm herausgedreht worden sind. Mit der Forderung $E_q \geq 18.354$ MeV und deswegen $\mathfrak{f}_{p0} \geq -0.15$ würde die Qualität der Anpassung stark absinken.

Mit Hilfe des S-Matrix-Ansatzes lassen sich also die p - α -Streuphasen aus PL72 etwa gleich gut wie im Rahmen der R-Matrix-Theorie beschreiben. Die Parameter der $3/2^+$ -Resonanz sind aber nur sehr ungenau zu bestimmen. Der Grund ist vor allem die Willkür in den Korrekturgliedern der S-Matrix, die durch den Einkanalcharakter des Ansatzes hervorgerufen wird. Deswegen sind hier auch keine Entscheidungen möglich, welche der drei Messungen KU55, YA53 und FO71 am besten mit PL72 übereinstimmen, und ob $q_0 = 1$ erfüllbar ist. Die S-Matrix-Theorie zeigt sich damit erheblich weniger flexibel zur Anpassung an Streuphasen als die R-Matrix-Theorie.

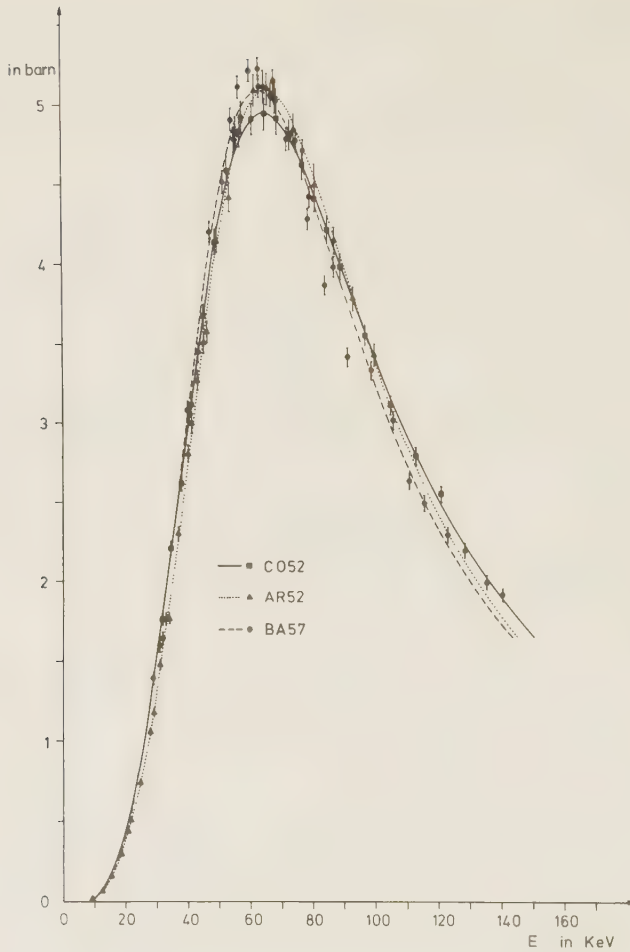


Abb. 12: Meßergebnisse von Conner et al. (C052), Argo et al. (AR52) und Balabanov et al. (BA57) über das $3/2^+$ -Niveau in ${}^3\text{H}(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}$. Die durchgezogenen Linien stellen Anpassungen mit dem (radiusunabhängigen) S-Matrix-Ansatz (41) dar.

3.2 Die $3/2^+$ -Resonanz in ${}^3\text{H}(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}$

Die Meßreihen zum $3/2^+$ -Niveau in ${}^3\text{H}(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}$ stimmen erheblich besser überein als die über die entsprechende Resonanz der Spiegelreaktion ${}^3\text{He}(\text{d},\text{p}){}^4\text{He}$ (siehe Abb. 12 und 5). Trotzdem weichen die erzielten R-Matrix-Parameter zum Teil noch stärker voneinander ab, als bei ${}^3\text{He}(\text{d},\text{p}){}^4\text{He}$ (siehe Tab. 1). Selbst die Anzahl der Lösungssätze ist nicht einheitlich: Argo et al. (AR52) gibt wie bei ${}^3\text{He}(\text{d},\text{p}){}^4\text{He}$ zwei, Conner et al. (CO52) nur einen Satz an. (Kunz (KU55) verwendet deswegen bei seinen Betrachtungen zur Ladungsunabhängigkeit der Kernkräfte ausschließlich die Werte in AR52.) Deshalb folgen hier Ergebnisse von Rechnungen über diese Resonanz.

3.2.1 Die verwendeten Messungen

Für die Anpassungen wurden die beiden Meßreihen in CO52, AR52 und die von Balabanov et al. (siehe in LI73) gewählt (siehe Abb. 12); die letztgenannte weicht relativ stark von den beiden anderen ab. Aus CO52 wurden 31 Werte der dortigen Tabelle 1 entnommen. Sie liegen im Energiebereich $E_{\text{CM}} = 9 \text{ keV} \dots 100 \text{ keV}$ bzw. $E_{\text{d}} = 15 \text{ keV} \dots 167 \text{ keV}$. (Der erste Wert der dortigen Tabelle 1 bei $E_{\text{d}} = 10 \text{ keV}$ wurde hier, wie auch bei den entsprechenden Rechnungen in JE64 weggelassen; seine Hinzunahme würde die Anpassungsgröße Q bei allen Ansätzen etwa verdoppeln). Die Wirkungsquerschnitte von AR52 wurden aus der dortigen Tabelle 1 entnommen; es sind die 20 Werte für $E_{\text{CM}} = 32 \text{ keV} \dots 122 \text{ keV}$ ($E_{\text{t}} = 80 \text{ keV} \dots 304 \text{ keV}$); die 32 Meßpunkte von Balabanov et al. stammen aus LI73 und liegen im Bereich $E_{\text{CM}} = 28 \text{ keV} \dots 141 \text{ keV}$ (die Meßfehler dazu wurden hier als die Wurzeln aus den Zahlenwerten für den Wirkungsquerschnitt in Millibarn angesetzt).

Messung aus	a in fm	E ₀ in keV	o in keV	q ₀ ² d n in (keV) ²	Q
C052	7	57,4 (55)	76,0 (69,5)	639	108,3
	5	55,3 (54)	77,8 (71)	1830	63,7
	3	53,1	78,8	10230	38,9
	2	52,1 (52)	79,0 (75)	54500	32,3
	1	51,1	79,1	2,12·10 ⁶	29,1
	π _c	50,3±0,2 (50)	79,1±0,8 (78)	1850+50 (1786)	28,5
AR52	7	51,4	97,9	1020	27,2
	5	49,3	94,4	2670	18,1
	3	47,5	90,5	13700	11,4
	2	46,7	88,5	69800	8,99
	1	46,1	86,4	2,61·10 ⁶	7,36
	π _c	45,7±0,6	84,7±1,1	2160±75	6,54
BA57	7	51,0	91,4	930	355
	5	49,3	87,7	2400	294
	3	47,9	83,7	12100	240
	2	47,4	81,5	61400	216
	1	47,0	79,5	2,28·10 ⁶	195
	π _c	46,7±0,8	77,7±1,4	1740±80	169

Tabelle 7

Resonanzparameter für den S-Matrix-Ansatz (41) mit den Durchdringungsfaktoren π_c (siehe (33b)) und P_c (siehe (22)) für die 3/2⁺-Resonanz in ³H(d,n)⁴He für die Meßreihen in C052, AR52 und BA57. Die Bezeichnungen sind bis auf Γ_{no}, die partielle Breite des Neutronenkanals, wie in Tab. 2 gewählt. Die Erwartungswerte für Q sind 28 bei C052, 17 bei AR52 und 29 bei BA57. Die in Klammern angegebenen Werte stammen aus JB65.

3.2.2 Die Ergebnisse der S-Matrix-Rechnungen

Die Rechnungen mit dem S-Matrix-Ansatz (41) unter Verwendung der Durchdringungsfaktoren π_c (siehe (33b)) bzw. P_c (siehe (22)) ergeben (siehe Tabelle 7):

- (1) Die Resonanzparameter, die hier aus den Messungswerten von Conner et al (C052) errechnet worden sind, stimmen mit denen, die Jeukenne (JE64) ermittelt hat, nur zum Teil überein. (Die Abweichungen liegen in der gleichen Größenordnung wie bei der Messung von Kunz zu ${}^3\text{He}(\text{d},\text{p}){}^4\text{He}$, siehe Tab. 2.) Sie könnten sich aus einer etwas ungenauen Wertbestimmung der Coulombgrößen bei JE64 ergeben; die Rechnungen hier haben gezeigt, daß die Parameter und die Anpassungsgüte Q empfindlich von diesen Größen abhängen.
- (2) Alle drei Meßreihen stützen - im Gegensatz zu ${}^3\text{He}(\text{d},\text{p}){}^4\text{He}$ - die Behauptung in JE64, daß der "ursprüngliche" S-Matrix-Ansatz mit den Faktoren π_c besser paßt als der mit den radiusabhängigen P_c : Das Minimum von Q liegt bei den Daten von Argo et al. und von Balabanov et al. direkt bei 0 fm, d. h. bei den Faktoren π_c , bei denen von Conner et al. mit etwa 0.2 fm nahe daran. Von den hier ausgewerteten sechs Meßreihen über ${}^3\text{He}(\text{d},\text{p}){}^4\text{He}$ und ${}^3\text{H}(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}$ sprechen also vier für die Behauptung in JE64, davon die drei über ${}^3\text{H}(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}$, die eine höhere Meßgenauigkeit aufweisen.
- (3) Unter der Voraussetzung $q_0 = 1$ (siehe Kap. 2.3.3) lassen sich die partiellen Breiten nicht berechnen; der Wert für $q_0^2 \cdot \Gamma_{\text{do}} \cdot \Gamma_{\text{no}}$ bzw. der Resonanzquerschnitt ist zu groß dazu. Lösungen für Γ_{do} und Γ_{no} existieren z. B. bei C052 nur für $q_0 \leq 0.94$, wobei für den Grenzwert $q_0 = 0.94$ die partiellen Breiten gleich sind: $\Gamma_{\text{do}} = \Gamma_{\text{no}}$. Für die Bedingung $\Gamma_{\text{do}} \gg \Gamma_{\text{no}}$, etwa $\Gamma_{\text{do}} = 5 \cdot \Gamma_{\text{no}}$ wie bei ${}^3\text{He}(\text{d},\text{p}){}^4\text{He}$, müßte q_0 wesentlich kleiner vorausgesetzt werden, im angegebenen Fall sogar $q_0 = 0.76$. Die Resonanzgröße q_0 weicht also für die

Mes- sung aus	Satz	a in fm	E_{λ} in keV	E_r in keV	γ_d in keV	γ_n in keV	Q	$\frac{\gamma_d}{\gamma_n}$
C052		7	-75^{+18}_{-23}	80 ± 2	490^{+90}_{-70}	$14,1 \pm 1,3$	36,4	35
		5	-375^{+100}_{-150} (-464)	80 ± 3	1500^{+500}_{-300} (2000)	40^{+10}_{-6} (56)	34,6	38
		4	-1125	80	4250	111	34,4	38
AR52	⊕	7	-74^{+8}_{-10} (-67)	77 ± 1	468^{+39}_{-29} (471)	$16,9 \pm 1,0$ (15,7)	7,18	28
		5	330^{+36}_{-48}	$75,5 \pm 1$ (79 ± 10)	1320^{+170}_{-125} (2000 ± 500)	43 ± 5 (50 ± 12,5)	8,97	31
	⊖	7	-310^{+75}_{-95} (-126)	91 ± 2	1400^{+360}_{-280} (715)	35^{+8}_{-6}	8,16	40
		5	$< -10^6$	90	$> 3,5 \cdot 10^6$	$> 8,2 \cdot 10^4$	$< 10,1$	43
BA57	⊕	7	-55^{+6}_{-8}	$72,5 \pm 1$	383^{+28}_{-22}	$13,3 \pm 0,7$	128	29
		5	-226^{+20}_{-26}	71 ± 1	940^{+90}_{-70}	$292^{+2,2}_{-1,7}$	116	32
	⊖	7	-300^{+70}_{-95}	86 ± 2	1280^{+350}_{-240}	27^{+7}_{-5}	114	47
		5	-70000	86	240000	4650	114	52

Tabelle 8: Resonanzparameter für den R-Matrix-Ansatz.(40) für die $3/2^+$ -Resonanz in ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$ für die Meßreihen in C052, AR52 und BA57. γ_n bedeutet die reduzierte Breite des Neutronenkanals. Die übrigen Bezeichnungen sind wie in Tab. 3 gewählt. Die in Klammern angegebenen Werte stammen aus Rechnungen von den Autoren selbst, mit der einen besonders angegebenen Ausnahme.

$3/2^+$ -Resonanz in ${}^3\text{H}(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}$ erheblich von 1 ab, im Gegensatz zu einer Vermutung von Humblet, daß $q_n \approx 1$ auch für ziemlich "breite" Resonanzen gilt (siehe HU66, Kap. 4.6, S. 413). Die Annahme $q_0 = 1$ zur Bestimmung der partiellen Breiten trifft also nicht immer zu.

- (4) Die Resonanzparameter zu den einzelnen Meßreihen stimmen besser als bei ${}^3\text{He}(\text{d},\text{p}){}^4\text{He}$ überein. Trotzdem kann man auch hier systematische Fehler bei den Messungen zu ${}^3\text{H}(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}$ nicht übersehen, wie schon in Abb. 12 erkennbar ist. Einen "gemeinsamen" Parameteransatz für alle drei Meßreihen gibt die Tabelle 6 an.

3.2.3 Die Ergebnisse der R-Matrix-Rechnungen

Die Auswertungen mit dem R-Matrix-Ansatz sind in Tabelle 8 zitiert. Die in CO52 und AR52 angegebenen Parametersätze (siehe die entsprechenden Werte in Klammern der Tabelle 8) weichen zum Teil erheblich von den hier ermittelten ab. Bis auf den Satz $\ominus$ von AR52 für 7 fm liegen sie aber noch innerhalb oder nahe an den Fehlergrenzen.

Die Abbildungen 13 und 14 verdeutlichen die Ergebnisse. In ihnen ist die Anpassungsgröße Q für verschiedene Kanalradien in Abhängigkeit von der charakteristischen Energie E_λ aufgetragen. Das heißt, bei den einzelnen Rechnungen wird nicht nur der Radius, sondern auch E_λ festgehalten und allein nach den partiellen Breiten γ_d und γ_n angepaßt. Die Abbildungen zeigen, daß Q in bestimmten Bereichen nur sehr schwach von E_λ abhängt. Der Abfall zum Minimum von Q ist bei solchen Punkten so klein, daß die Matrixinversion des Gradientenverfahrens numerische Schwierigkeiten bereiten kann. Die bei so einem Iterationsschritt errechneten Parameter können dann einen größeren Wert für Q ergeben als die Ausgangsparameter; das Minimumsuchverfahren bricht an dieser Stelle ab. Ohne weitere Kontrolle der Rechenergebnisse erhält man die Werte für die Resonanzparameter, für die zum

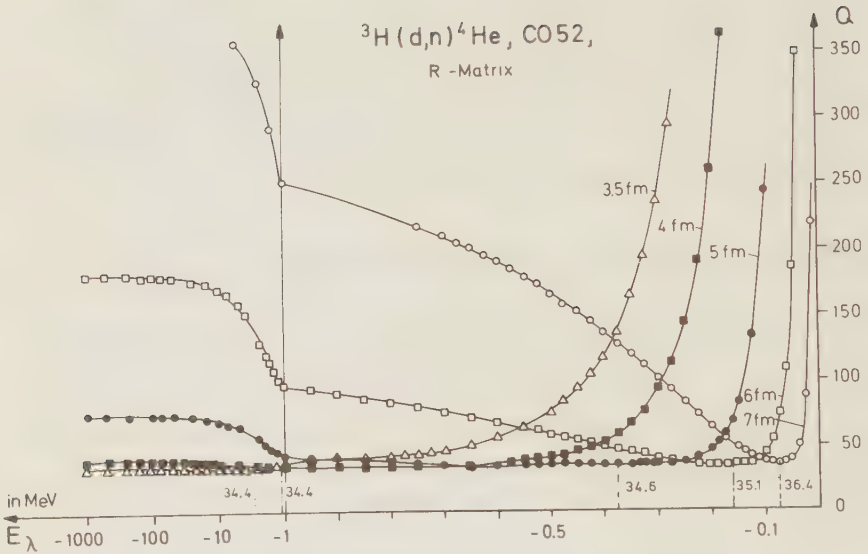


Abb. 13: R-Matrix-Angleichungen für ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$ für die Messungen in C052: Die Anpassungsgröße Q (siehe (42)) ist in Abhängigkeit der charakteristischen Energie E_λ für die Radien 3.5 fm, 4 fm, 5 fm, 6 fm und 7 fm aufgetragen. Von 0 bis -1 MeV ist der Maßstab linear, von -1 MeV bis -1000 MeV logarithmisch (Trennung der beiden Bereiche durch eine dünne Linie). Die Minima und die dazu gehörenden Werte für Q sind extra gekennzeichnet.

ersten Mal der Betrag der Steigerung unter ein bestimmtes, vom Programm und der Rechenanlage abhängiges Maß absinkt. Das dürfte einer der Gründe für die in den Parametern auftretenden Differenzen sein. Allerdings deuten die großen Parameterfehler an, sofern sie errechnet werden, daß es wenig Sinn hat, einzelne Werte statt ganze Bereiche für die Lösungen des Verfahrens zu halten.

In den Abbildungen 13 und 14 kann man an den Minima von Q die Zahl der Lösungssätze ablesen: Für die Daten aus C052 ergibt sich für die Radien oberhalb etwa 4 fm einer, für die aus AR52 für Radien größer als 5 fm zwei. Die dementsprechenden Angaben von Conner et al. und Argo et al. stimmen also. (Mehrere hier durchgeführte Kontrollrechnungen mit verschiedenen Startwerten führten zu keinem weiteren Parametersatz.) Conner et al. hat demnach keinen Lösungssatz verloren. Dagegen ist das schon für die Daten aus AR52 relativ schwache Maximum, das die beiden Minima in Q trennt, verschwunden. Die Anpassungen mit der Meßreihe von Balabanov et al. scheinen in dieser Hinsicht (siehe Abb. 15 und Tab. 8) eine Mittelstellung einzunehmen, obwohl diese Reihe von der aus C052 und aus AR52 stärker abweicht als die beiden letztgenannten Reihen untereinander, siehe Abb. 12. Die Anpassungsgüte Q steigt bei den Daten von Balabanov et al. zwischen den beiden Minima vor allem bei 7 fm nur noch schwach an; man kann hier nicht mehr unbedenklich von zwei getrennten Lösungssätzen sprechen.

Für alle drei Meßreihen wiederholen sich zwei Eigenschaften der R-Matrix-Anpassungen zu ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$: die Existenz von Anomalien im Anpassungsverhalten und die Tatsache, daß E_r und $\gamma_d : \gamma_n$ nur schwach vom Kanalradius abhängen. Die Art, wie sich die Anpassungen bei Annäherungen an die "anormalen" Radien verhalten, zeigen die Abbildungen 13, 14 und 15. Der monoton steigende Bereich der Funktion $Q(E_\lambda)$ erstreckt sich mit sinkendem Radius immer weiter nach $-\infty$. Man muß also, wie in ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$, wegen der Größenordnung der Durchdringungsfaktoren die Reichweite der Kern-

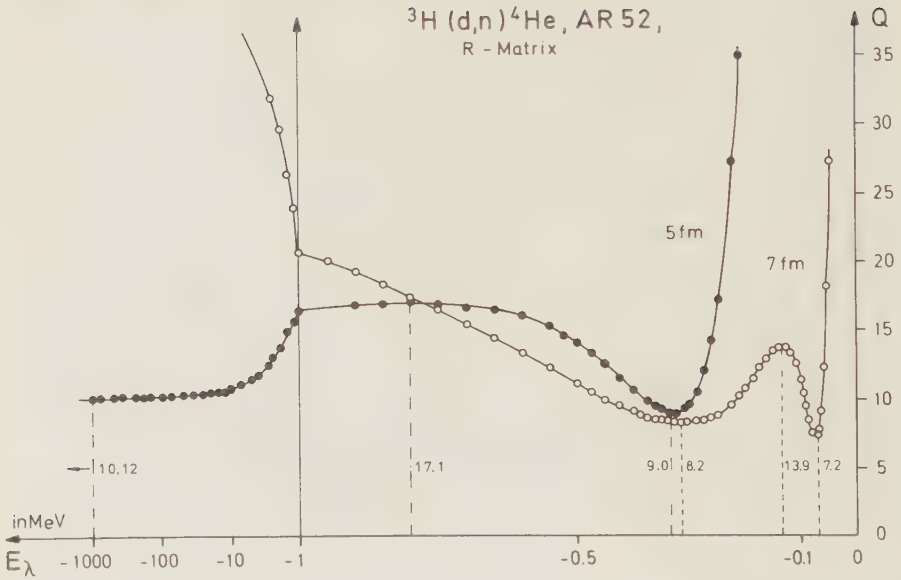


Abb. 14: R-Matrix-Angleichungen für ${}^3\text{H}(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}$ für die Messungen in AR52: Die Anpassungsgröße Q ist wie in Abb. 13 in Abhängigkeit der charakteristischen Energie E_λ für die Radien 7 fm und 5 fm aufgetragen. Der Pfeil oberhalb $E_\lambda = -1000$ MeV deutet an, daß $Q = 10.12$ noch nicht das Minimum darstellt.

kräfte relativ groß ansetzen, hier mit etwa 5 fm. Anhand der Abbildung 12 und der Tabelle 8 erkennt man auch, daß man (wie bei ${}^3\text{He}(\text{d},\text{p}){}^4\text{He}$) aus dem unterschiedlichen Verlauf der Resonanzkurve nicht auf die Differenzen in den Resonanzparametern und umgekehrt schließen kann ("Unanschaulichkeit" der R-Matrix-Parameter).

Tabelle 6 gibt wiederum die Schätzung eines gemeinsamen Parametersatzes zu allen drei Reihen an. Da hier die Parameter aus den einzelnen Messungen noch stärker als bei ${}^3\text{He}(\text{d},\text{p}){}^4\text{He}$ abweichen, sind zum Teil nur Bereiche angegeben.

Die Anpassungen des R-Matrix-Ansatzes (40) an das $3/2^+$ -Niveau in ${}^3\text{H}(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}$ decken eine Schwäche dieser Theorie besonders deutlich auf, nämlich den relativ komplizierten Zusammenhang der Resonanzparameter mit dem Wirkungsquerschnitt. Außer der "Unanschaulichkeit" (siehe oben) können sich zwei Auswirkungen zeigen, die die Anwendung zum Teil erheblich einschränken:

- (1) Die Minima der Anpassungsgröße Q sind zu flach, um die Parameter innerhalb normaler Fehlergrenzen zu bestimmen. Tabelle 9 gibt als Beispiel dazu Zahlenwerte für Anpassungen an die Daten aus C052 mit Radius 5 fm an. Kennzeichnet man dagegen die Resonanzen allein mit den Größen E_r und $\gamma_d : \gamma_n$, dann reduzieren sich die Schwankungen.
- (2) Schon geringe Änderungen der Meßwerte können sich unerwartet stark auf die Resonanzparameter auswirken, zum Teil sogar neue Situationen im Bezug auf die Anzahl der Lösungssätze hervorrufen. Eine eindeutige Bestimmung der Resonanzparameter ist dann unmöglich.

Die zweite Eigenschaft ist die Folge des extrem hohen Resonanzquerschnittes von ${}^3\text{H}(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}$. Die totale Breite $\Gamma_0 = \Gamma_{p0} + \Gamma_{n0}$ ist nicht hinreichend groß, um ohne weiteres eine Aufspaltung in die partiellen Breiten zu gewährleisten, die auch im Zähler des Resonanzterms stehen. Die Meßreihen in

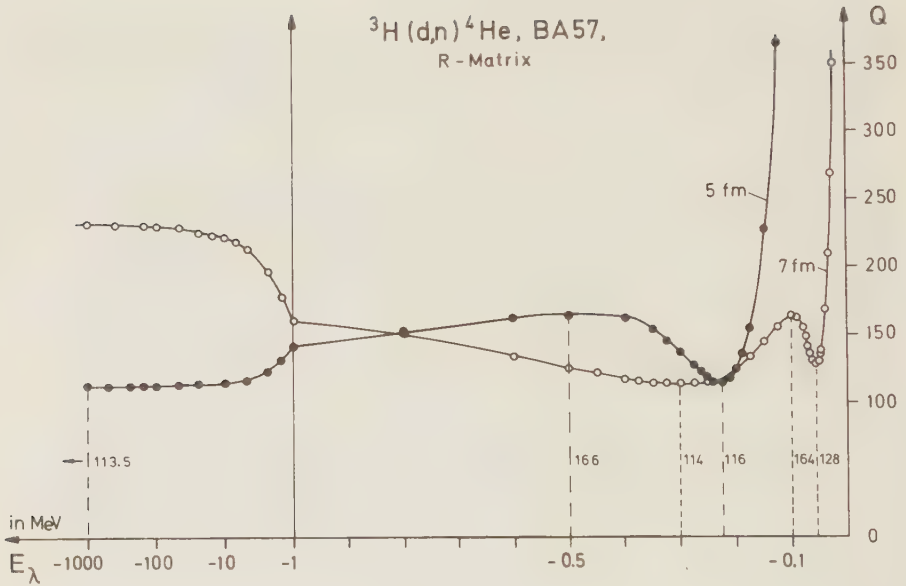


Abb. 15: R-Matrix-Angleichungen für ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$ für die Meßreihe in BA57: Die Anpassungsgröße Q ist wie in Abb. 14 in Abhängigkeit der charakteristischen Energie E_λ für die Radien 7 fm und 5 fm aufgetragen.

CO52, AR52 und BA57 sind die Grenzfälle, an denen diese Zerlegung gerade noch durchführbar ist - es entstehen zwei Lösungssätze (für AR52, BA57) - bzw. nicht mehr möglich ist (CO52). Da man anpaßt statt umformt, erhält man immer zumindest ein Ergebnis. Hier sind die Probleme denen beim S-Matrix-Ansatz (41) ähnlich, bei dem $q_0 = 1$ nicht mehr erfüllbar war. Trotz des komplizierten Zusammenhangs der Parameter mit dem Wirkungsquerschnitt paßt der R-Matrix-Ansatz auch hier nur etwa gleich gut wie der aus der S-Matrix-Theorie.

Kunz schloß an die R-Matrix-Auswertung seiner Meßreihe über ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ Überlegungen zur Ladungsunabhängigkeit der Kernkräfte an, indem er die Resonanzparameter mit denen aus der Spiegelreaktion ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$ verglich. Aus den vorliegenden Ergebnissen folgt: Abgesehen davon, daß ein direkter Vergleich der Resonanzparameter nur eine grobe Kontrolle der Ladungsunabhängigkeit sein kann, siehe PL73, reicht die Meßgenauigkeit bei weitem nicht zu einer Aussage darüber aus. Das heißt, mit geeignet ausgewählten Sätzen kann man diese Behauptung stützen oder widerlegen. Unter Berücksichtigung aller aufgeführten Ergebnisse gelangt man nur zu der nicht sehr weitreichenden Folgerung, daß die Gültigkeit der Ladungssymmetrie nicht ausgeschlossen werden kann.

3.3 Rechnungen zu $T(d,n){}^4\text{He}^*(0^+)$

Aus der Streuung vektorpolarisierter Deuteronen an Tritonen schlossen Kilian et al (KI71) auf die Existenz eines Niveaus mit negativer Parität in ${}^5\text{He}$. Sie vermuteten, daß sich dieser Zustand aus ${}^4\text{He}^*(0^+) + n$ mit Bahndrehimpuls $l = 1$ (mit einem $p_{3/2}$ Neutron) zusammensetzt, wobei $\text{He}^*(0^+)$ das erste angeregte Niveau in Helium bei etwa 20.1 MeV Anregungsenergie bedeutet. ${}^4\text{He}^*(0^+)$ ist teilcheninstabil ($\Gamma \approx 100$ keV) und zerfällt in ${}^3\text{H} + p$. Um weitere Hinweise über den Zustand in ${}^5\text{He}$ zu erhalten, griffen Kilian et al auf die Messung der Reaktion

E_{λ} in keV	E_r in keV	γ_d in keV	γ_n in keV	Q	$\frac{\gamma_d}{\gamma_n}$
-100	66,9	513	19,7	244	26,0
-200	74,4	885	27,8	47,6	31,8
-300	78,3	1250	34,9	35,4	35,8
-375	80,1	1520	40,1	34,6	39,7
-500	82,2	1970	48,6	35,3	40,5
-750	84,6	2870	65,4	38,6	43,9
- 1000	85,9	3760	82,3	42,2	45,7
-10000	90,4	35860	69,4	69,5	51,7

Tabelle 9:

Resonanzparameter des R-Matrix-Ansatzes (40) zum $3/2^+$ -Niveau in ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$ für die Meßreihe in C052, Kanalradius $a = 5$ fm. Die Werte für E_{λ} wurden dabei vorgegeben; d. h. es wurde nur noch γ_d und γ_n angepaßt.

${}^3\text{H}(\text{d},\text{np}){}^3\text{H}$ von Poppe et al. (PO63) zurück, in der die Neutronen des Stufenzerfalls ${}^3\text{H}(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}^*(\text{O}^+)$ unter O^0 beobachtet wurden. Schröder et al (SC72) trugen die entsprechende Neutronenausbeute in Abhängigkeit der Deuteronen-Einschußenergie auf (siehe Abb. 16). Man erkennt deutlich einen Resonanzverlauf.

Der Wirkungsquerschnitt für eine Drei-Teilchen-Reaktion ist

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2 dE} = N \cdot |\tau|^2 \cdot PS,$$

wobei N ein Normierungs-, PS ein Phasenraumfaktor und T das Matricelement ist, das den Übergang in den Drei-Teilchen-Kanal beschreibt. Werden die Teilchen nacheinander emittiert, und sind die Rückstoßkerne nach dem ersten Zerfall der Dreiteilchenreaktion in einem $J = 0$ Zustand, hier ${}^4\text{He}^*(\text{O}^+)$, dann bestimmt das zuerst ausgesandte Teilchen die Winkelabhängigkeit von $|T|^2$. Wenn diese Richtung (im Schwerpunktsystem) festgehalten wird, gibt $|T(E_{\text{CM}})|^2$ die Energieabhängigkeit der ersten Reaktion wieder, also von $T(\text{d},\text{n}){}^4\text{He}^*(\text{O}^+)$ (siehe z. B. SC72). Dies ist bei Poppe et al. der Fall; die Neutronen sind unter O^0 beobachtet worden. Abbildung 16 zeigt somit die $3/2^+$ -Resonanz im ${}^5\text{He}$. Die Auswertung mit der Ein-Niveau-Näherung (41) der S-Matrix-Theorie ergibt eine Resonanzenergie von $E_{\text{CM}} = (2.9 \pm 0.3) \text{ MeV}$ und eine totale Halbwertsbreite von $\Gamma_{\text{CM}} = (1.9 \pm 0.2) \text{ MeV}$. (Weitere kernphysikalische Aspekte dieser Reaktion sind in SC72 und SC76 zu finden; eine Kopie von SC72 enthält der Anhang dieser Arbeit.)

Die Parameterfehler wurden hier nicht nach dem in Kap. 3.1.3.2 angegebenen Verfahren bestimmt. Statt dessen wurden einzelne Wirkungsquerschnittswerte in charakteristischer Weise verändert oder weggelassen. Die Verschiebung der Resonanzparameter dabei bietet dann ebenfalls eine Abschätzung der Fehler (siehe auch Kap. 3.1.5).

Die Anpassungen zeigen, daß die S-Matrix für diese Art von Anwendungen unproblematisch ist.

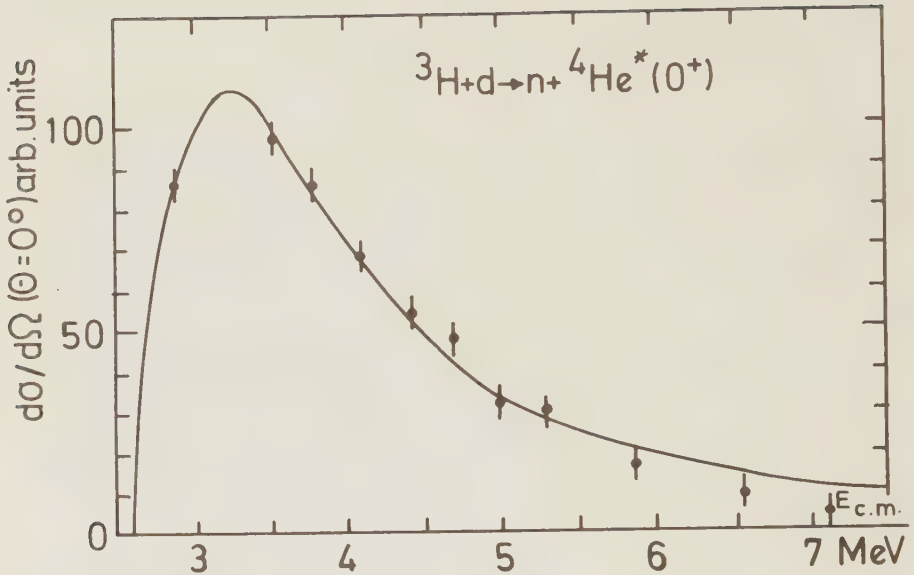


Abb. 16: Wirkungsquerschnitt für ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}^*(0^+)$ in Abhängigkeit der Schwerpunktsenergie. Die durchgezogene Linie stellt das Ergebnis einer Anpassung im Rahmen der S-Matrix-Theorie dar, die eingezeichneten Daten sind die Stützpunkte dazu (siehe Kap. 3.3; entnommen aus SC72 - siehe Anhang 1).

3.4 Schlußfolgerungen

Die Rechnungen über die Reaktionen ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ und ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$ haben keine Aussagen darüber gebracht, welche Theorie die zwei $3/2^+$ -Resonanzen besser wiedergibt, obwohl besondere Sorgfalt auf das Auffinden der Lösungen verwendet worden ist. Der Grund dazu sind in erster Linie die ungenauen Messungen: Die Resonanzkurven stimmen weder in der Höhe noch in der Form überein, da offensichtlich systematische Fehler bei den einzelnen Experimenten den funktionellen Verlauf des Wirkungsquerschnittes mit der Energie verfälschen. Die Abweichungen der einzelnen Meßreihen untereinander sind erheblich größer als der Einfluß der nichtresonanten Anteile ($s = 1/2$, $1 \neq 0$) an der Reaktion. Da sich die einzelnen Ansätze bei den Anpassungen nur geringfügig unterscheiden, sind nicht nur wesentlich genauere Messungen des Gesamtquerschnittes sondern auch eine Berücksichtigung dieser nichtresonanten Anteile durch Miteinbeziehung von Winkelverteilungen und Polarisationsmessungen notwendig. Damit werden aber numerische Schwierigkeiten bei den Angleichungen nach der notwendigerweise größeren Zahl von Parametern auftreten. Um dies zu umgehen, könnte man bei der Auswertung der Messungen zuerst die Matrixelemente in Abhängigkeit von der Energie bestimmen (vgl. SE75), dann diese nach den einzelnen Resonanzansätzen angleichen. Für elastische Streuungen ist dieser Zwischenschritt, die Streuphasenanalyse, bereits ein oft angewendetes Verfahren. Unterschiede wird man allerdings auch dann erst feststellen können, wenn man Matrixelemente mit einer Genauigkeit von etwa 1 % oder besser kennt.

Die vorliegenden Rechnungen zeigen jedoch einige Schwächen der beiden Resonanztheorien auf: Die S-Matrix-Theorie eignet sich zwar zur problemlosen Beschreibung von Wirkungsquerschnitten; ihren Parametern kommt aber kaum mehr Bedeutung zu als zur bloßen Kennzeichnung von Resonanzkurven. Die radiusunabhängigen Eindringfaktoren π_c passen in der Mehrheit der Fälle

besser als die radiusabhängigen. Der S-Matrix-Ansatz (41) in seiner ursprünglichen Form ist damit für die Beschreibung von Wirkungsquerschnitten durchaus gut geeignet. Wenn der Schwerpunkt aber bei einer möglichst genauen Beschreibung der experimentellen Ergebnisse liegt, dann wird man in manchen Fällen eine Radiusabhängigkeit in Kauf nehmen müssen. (Jeukenne hat also zur Stützung seiner Behauptung gerade die dazu schlecht geeignete Meßreihe von KU55 gewählt.) Außerdem darf bei der Berechnung der partiellen Breiten nicht ohne weiteres $q_n = 1$ (siehe z. B. (41)) vorausgesetzt werden, wie die Auswertungen von ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$ zeigen. Den Nachteilen steht der Vorteil gegenüber, daß die Parameter der S-Matrix-Theorie in "einfacher" Weise in die Wirkungsquerschnitte eingehen.

Bei der Anwendung der R-Matrix wirkt sich in erster Linie negativ der komplizierte Zusammenhang der Resonanzparameter mit den Observablen aus. Er gestattet es nicht ohne weiteres, aus einer Meßreihe die Resonanzparameter abzuschätzen oder anhand unterschiedlicher Resonanzkurven auf die Differenzen in den Parametern zu schließen. In ungünstigen Fällen haben geringe Änderungen in den Meßwerten sogar Auswirkungen auf die Anzahl der Lösungssätze.

Der physikalischen Interpretierbarkeit der R-Matrix-Parameter sind bei der hier verwendeten Ein-Niveau-Näherung enge Grenzen gesetzt. Sie hängen empfindlich von den Kanalradien ab und können dann extreme Werte anstreben, wenn man die Reichweite der Kernkräfte zu gering abgeschätzt hat. Die starke Radiusabhängigkeit für die Näherungen der R-Matrix ist eine Folge der Willkür bei der Trennung Kerninneres - Kern-äußeres: Die unterschiedlichen Werte für die Durchdringungsfaktoren bei verschiedenen Radien müssen durch die reduzierten Breiten kompensiert werden. "Bessere" Parameter sind in dieser Hinsicht die Resonanzenergie E_r und das Verhältnis der partiellen Breiten.

Trotz den zum Teil über 20jährigen Anstrengungen ist es also weder von den Messungen noch von den Ansätzen für die zwei am weitesten verbreiteten Resonanztheorien her gelungen, Wirkungsquerschnitte hinreichend genau zu deuten. Das wurde an zwei Reaktionen festgestellt, die von ihrem ausgeprägten resonanzartigen Charakter her nahezu als Idealfälle angesehen werden müssen. Man hat wohl schon hier die Grenzen von phänomenologischen Ansätzen erreicht. Auch aus diesem Grunde gewinnen die mikroskopischen Theorien immer mehr an Bedeutung.

Mit den hier durchgeführten Anpassungen läßt sich die Tabelle 5.2, Seite 8, in dem Übersichtsartikel von Ajzenberg-Selove und Lauritsen (AJ74) verbessern: Es können Parameterwerte mit Fehlergrenzen, d. h. Parameterbereiche angegeben werden, die sich nicht nur auf die Auswertung einer Meßreihe stützen und in denen die "wahren" Werte für die Parameter liegen müßten. (Für ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ sind in AJ74 die R-Matrix-Parameter von KU55, für ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$ die von CO52 (5 fm) und AR52 (7 fm, 2. Satz) zitiert; die S-Matrix-Parameter stammen aus den Auswertungen der Sätze KU55 und CO52 von JE64 bzw. MA63b.) Die Tabelle 6 gibt die Parameter unter Berücksichtigung aller hier durchgeführten Auswertungen an.

4. Anpassungen an die α - α -Streuphasen

4.1 Die α - α -Streuung

Der Compoundkern ^8Be ist Gegenstand vieler experimenteller und theoretischer Arbeiten (siehe z. B. AJ74). Er zeigt unter 16 MeV Anregungsenergie die Eigenschaften eines Systems mit wenig Nukleonen: eine geringe Anzahl zumeist breiter Niveaus. Dabei herrscht eine Konfiguration aus zwei α -Teilchen vor. Oberhalb dieser Energie wird die Niveaustuktur komplizierter, da sich mehrere Teilchenkanäle öffnen. Die α - α -Streuung spricht wegen der Erhaltung des Drehimpulses und der Parität sowie wegen der identischen Teilchen im Ein- und Ausgangskanal nur Niveaus mit geradem Spin und positiver Parität an. Deswegen kann man mit ihr die Vieldeutigkeit in den Niveauzuordnungen über 16 MeV reduzieren. Das ist der Ausgangspunkt der mit großer Genauigkeit ausgeführten Messungen von Bacher et al. (BA72a). Die Streuphasen und Absorptionsparameter daraus werden hier zum ersten Mal einer phänomenologischen Analyse unterzogen. Das Ziel dieser Rechnungen ist, neben Besonderheiten der S-Matrix Ansätze auch weitere Aufschlüsse über eine mögliche $\alpha\alpha^*$ -Rotationsbande und über die von Barker et al. (BA68, BA69) vorgeschlagenen breiten Niveaus in ^8Be zu gewinnen. Die Bedeutung dieser Rotationsbande ist in Fick et al. (FI77) dargestellt; eine Kopie dieser Arbeit enthält der Anhang.

4.2 Bemerkungen zu den Anpassungen

Die Rechnungen verwenden die Streuphasen und Absorptionsparameter von Bacher et al. (BA72a) im Bereich von 15 bis 35 MeV Schwerpunktsenergie. Sie sind aus Vergrößerungen der dortigen Figur 1 entnommen worden. Für die Anpassung der Untergrundphasen sind zusätzlich Daten von Heydenburg et al. (HE56, 0 bis 1.5 MeV), Tombrello et al. (TO63, 1.9 bis 6 MeV), Nilson et al. (NI58, 6 bis 12 MeV) und Bredin et al. (BR59b,

12 bis 15 MeV) herangezogen worden. Falls in den einzelnen Veröffentlichungen keine Angaben über die Fehler zu finden sind, werden sie hier anhand der angegebenen Fehler von benachbarten Punkten passend dazu gewählt (üblicherweise mit $\Delta\delta = 2^\circ$ und $\Delta\eta = 0.025$, in Übereinstimmung mit denen in BA72). Dabei ist entscheidend, daß die Ergebnisse der Anpassungen nur von den Verhältnissen der Fehler zueinander, nicht von ihren Beträgen selbst abhängen.

Die Streuphasen und Absorptionsparameter werden mit Hilfe des Ansatzes (38) mit normalerweise einem Resonanzterm angeglichen. Für die Untergrundphasen δ_{HP} reicht die Beziehung (37) mit konstantem Radius nicht aus. Zwar zeigt δ_c für die Bahndrehimpulse $l = 0$ und 2 im gesamten Energieintervall $E_{\alpha,lab} = 0 \dots 70$ MeV den fallenden Verlauf, der für ein abstoßendes Potential charakteristisch ist; die Annäherung mit einer harten Kugel ist aber nur dann möglich, wenn man eine Energieabhängigkeit des Radius zuläßt. (Dies entspricht der etwas allgemeineren Bedeutung, die man den Phasen δ_{HP} auch in der R-Matrix zubilligt, siehe z. B. GU76.) Um einen einfachen und gut passenden Zusammenhang zu finden, sind die Radien zu den einzelnen Untergrundphasen bestimmt und in Abhängigkeit von der Energie aufgetragen worden. Diese Darstellung legt für $l = 0$ und 2 den Zusammenhang

$$R = R_0 + R_1 \cdot \exp(-\gamma_2 \cdot E) \quad (45)$$

nahe. Für $l = 4$ steigt dagegen δ_{HP} mit der Energie an. Da man in diesem Fall keine einfache Abhängigkeit erkennen kann, wird sie als stückweise linear mit der Energie angesetzt. Die Streuphasen zu $l = 6$ werden hier nicht ausgewertet, da sie keine Resonanzstruktur erkennen lassen.

Die "nichtresonante" Absorption aus den elastischen Kanälen, die mit wachsender Energie meist plötzlich einsetzt, wird wie bei der p- α -Streuung durch die Beziehung (44) berücksichtigt. (Eine Beschreibung der Absorption mit komplexen

Phasen δ_{HP} an Stelle der reellen δ_{HP} würde die Bedeutung von $\Gamma_{Co} : \Gamma_0$ als Radius der Resonanzfigur zerstören, siehe Kap. 2.3.4.1).

Für den Untergrund benötigt man damit 6, bei $l = 4$ sogar 7, für jede Resonanz zusätzlich noch 2 bis 4 Parameter. Für $l = 0$ sind das 10, für $l = 2$ und $l = 4$ je 14 Kenngrößen, mit denen man allerdings die Streuphasen und Absorptionsparameter vollständig zwischen 30 und 70 MeV, und die Untergrundanteile für $l = 0$ und 2 sogar ab 0 MeV α -Energie beschreibt. Zur Bestimmung der Parameter dient wie in Kapitel 3 das in SM69 angegebene Gradientenverfahren. (In den einzelnen Rechenschritten wurden jedoch nur 1 bis 4 Parameter gleichzeitig verändert. Eine ständige Kontrolle dieser einzelnen Schritte anhand von graphischen Darstellungen erwies sich als wichtig.)

Die Fehler der Resonanzparameter wurden nicht nach dem in Kap. 3.1.3.2 beschriebenen Verfahren sondern ähnlich wie in Kap. 3.1.5 abgeschätzt. Der Grund ist einerseits die Willkür in der Beschreibung der Größen Q_{cc} und δ_{HP} , die sich auf die Resonanzparameter überträgt. Andererseits sind weder die Angaben über die Fehler der Streuphasen, noch die Methoden ihrer Bestimmung einheitlich, um in Q , siehe (42), als Ausgangspunkt zu dienen. Zur Abschätzung der Parameterfehler werden also die Differenzen in den Resonanzparametern herangezogen, die sich aus den Anpassungen mit unterschiedlichen Stützpunkten, verschiedenen Verhältnissen der Stützpunktfehler zueinander und dem Festhalten einzelner Untergrundparameter ergeben.

Die aus den Experimenten bestimmten α - α -Streuphasen und Absorptionsparameter, siehe Abb. 17, 18 und 19, lassen zwar zum Teil nicht die starken Unregelmäßigkeiten erkennen, die die Auswertung der p - α -Streuphasen erschwert hat. Trotzdem deuten systematische Abweichungen der angepaßten von den experimentellen Werten fast bei jeder Resonanz auf mögliche

Interferenzen zwischen Untergrund- und Resonanzanteile hin, die mit den hier verwendeten Ansätzen nicht hinreichend genau beschrieben werden können. Eine Auswirkung dieser Unregelmäßigkeiten ist, daß zwar oft die Streuphasen oder die Absorptionsparameter allein sehr genau angepaßt werden können, aber mit zum Teil erheblich voneinander verschiedenen Resonanzparametern (diese Werte wurden ebenfalls zur Abschätzung der Parameterfehler herangezogen).

4.3 Die Ergebnisse der Anpassungen

4.3.1 Bahndrehimpuls $l = 0$

Abbildung 17 zeigt die beste hier erreichte Anpassung für $l = 0$ zusammen mit den vorgegebenen Streuphasen δ_0 und Absorptionsparametern η_0 . Sie wurde mit folgendem S-Matrix-Element erreicht:

$$S_{00} = \exp(2i\delta_{HP}) \cdot \left(1 + Q_{00} - i \frac{\exp(2i \cdot 0,017) \cdot 250 \text{ keV}}{(E - 20,358 \text{ MeV}) + \frac{i}{2} \cdot 760 \text{ keV}} \right)$$

Die Untergrundparameter für Q_{00} , siehe (44), ergeben sich dabei zu $q_0 = -0.639$, $q_1 = 0.239 \text{ MeV}$ und $E_q = 20.439 \text{ MeV}$, und der Radius in den hard-sphere-Phasen δ_{HP} (siehe (45) in Verbindung mit (37)) wurde mit $R_0 = 2.86 \text{ fm}$, $R_1 = 3.01 \text{ fm}$ und $r_2 = -0.0948 : \text{MeV}$ beschrieben. Das heißt, der Radius der harten Kugel nimmt von 5.87 fm bei etwa 0 MeV bis 2.86 fm für $E \approx 35 \text{ MeV}$ ab (siehe dazu auch Kap. 4.4). Die Niveauparameter sind damit

Resonanzenergie: $E_0 = (20.36 \pm 0.03) \text{ MeV}$

Anregungsenergie in ^8Be : $E_{x0} = 20.270 \text{ MeV}$

Totale Breite: $\Gamma_0 = (760 \pm 60) \text{ keV}$

Partielle α -Breite: $\Gamma_{00} = (250 \pm 50) \text{ keV}$.

(vergleiche: BA72a: $E_{x0} = 20.2 \text{ MeV}$, $\Gamma_0 < 1 \text{ MeV}$, $\Gamma_{00} : \Gamma_0 < 0.5$).

Alle Energieangaben beziehen sich hier wie in den übrigen Abschnitten des Kap. 4.3 auf das Schwerpunktsystem. In Abbildung 17 ist bemerkenswert:

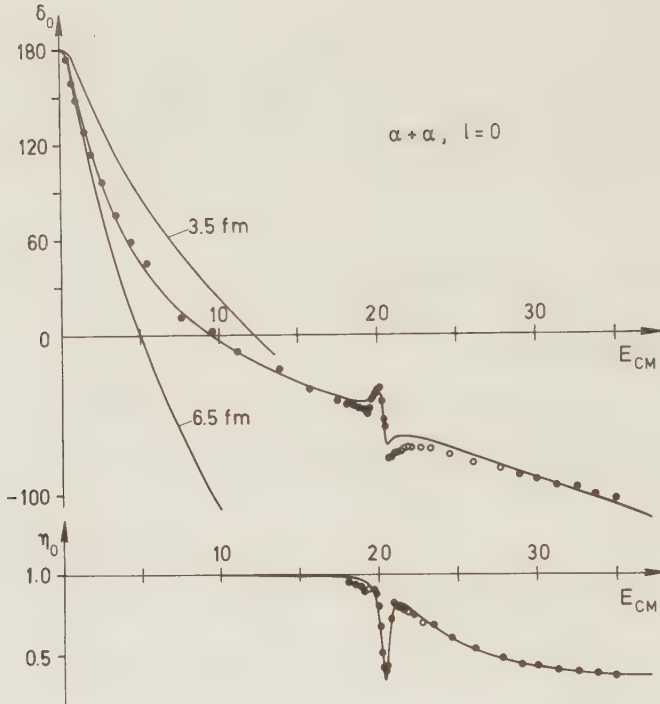


Abb. 17: Streuphasen δ_0 und Absorptionsparameter η_0 für den $l = 0$ -Anteil der α - α -Streuung für $E_{\alpha,CM} = 0 \dots 35$ MeV. Die hard-sphere-Phasen für die Radien 3.5 fm und 6 fm sind zum Vergleich bis $E_{\alpha,CM} \approx 10$ MeV angegeben. Die durchgezogene Linie stellt eine Anpassung für den gesamten Energiebereich dar (siehe Kap. 4.3.1). Die besonders gekennzeichneten Punkte (Kreistringe) sind dabei nicht als Stützpunkte verwendet worden.

- (1) An den zusätzlich eingezeichneten hard-sphere-Phasen für die (konstanten) Radien 3.5 fm und 6 fm erkennt man den Einfluß der angesetzten Energieabhängigkeit dafür.
- (2) Die Streuphasen δ_0 lassen unterhalb der Resonanzenergie $E_0 = 20.36$ MeV eine destruktive, oberhalb davon eine konstruktive Interferenz vermuten.
- (3) Die Absorptionsparameter η_0 oberhalb etwa 23 MeV werden durch den experimentellen Ansatz für die Untergrundgröße Q_{00} gut beschrieben. Unterhalb 23 MeV sind systematische Fehler zu erkennen, die vor allem durch einen zu plötzlichen Resonanzabfall verursacht werden, ähnlich dem schnellen Anstieg der Streuphasen bei etwa 19.5 MeV. Dies hat auch zur Folge, daß Ansätze mit kleinerem E_q schlechter als die mit $E_q = 20.44$ MeV passen (vergleiche mit der niedrigsten Teilchenschwelle ${}^7\text{Li} + p$ bei 17.348 MeV).
- (4) An den Streuphasen δ_0 und Absorptionsparametern η_0 erkennt man unterschiedliche Tendenzen, die eine gemeinsame Anpassung der δ_0 und η_0 erschweren: Angleichungen mit δ_0 allein haben größere Breiten ($\Gamma_{00} \approx 300$ keV, $\Gamma_0 \approx 850$ keV je nach Stützpunktwahl) als die mit η_0 allein ($\Gamma_{00} \approx 200$ keV, $\Gamma_0 \approx 700$ keV). Deshalb zeigen die Streuphasen in Abbildung 17 einen zu kleinen Resonanzeffekt, während die Absorptionsparameter zu tief abfallen.

4.3.2 Bahndrehimpuls $l = 2$

Die Streuphasen δ_2 und Absorptionsparameter η_2 (siehe Abb. 18) zeigen im Energiebereich bis 35 MeV fünf Resonanzen; vier davon liegen im Bereich 15 bis 35 MeV der Messung von Bacher et al. Einen Versuch, die beiden unteren Resonanzen bei $E_0 = 16.7$ MeV und $E_1 = 17.0$ MeV mit Hilfe der S-Matrix-Theorie zu beschreiben, ist in Kap. 2.3.4.2 aufgeführt. Er dient dort als Beispiel, daß zwei nicht zu weit voneinander entfernte Niveaus bei fehlender Absorption nicht im Rahmen der Humblet-

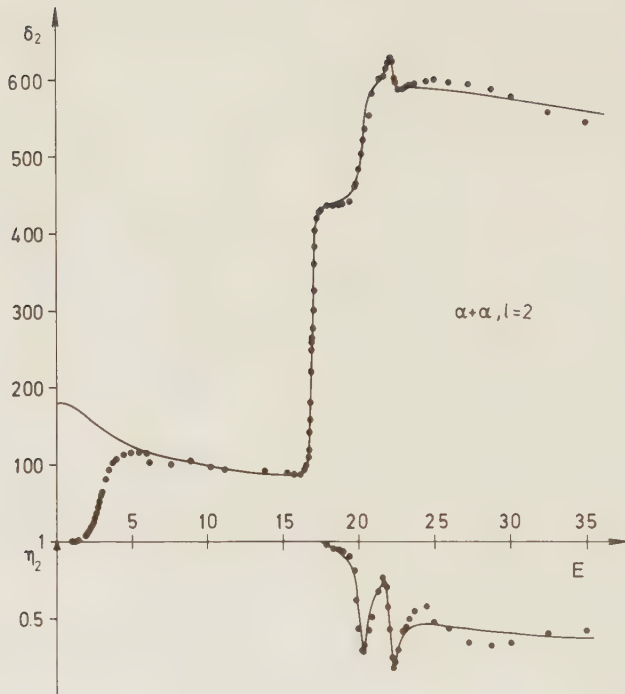


Abb. 18: Streuphasen δ_2 und Absorptionsparameter η_2 für den $l = 2$ -Anteil der α - α -Streuung für $E_{\alpha, \text{CM}} = 0 \dots 35$ MeV. Die durchgezogene Linie stellt eine Anpassung für die Untergrundanteile des gesamten Energiebereiches und für die zwei Resonanzen bei etwa 20 und 22 MeV dar (siehe Kapt. 4.3.2).

Rosenfeldschen Entwicklung beschrieben werden können, siehe Abbildung 4.

Die Anpassung an die beiden Resonanzen bei etwa 20 MeV und 22 MeV bringt dagegen wegen der Absorption ($\eta_2 < 1$) bezüglich der Unitarität keine Probleme: Die aus den Rechnungen ermittelten Parameter verletzen die Unitaritätsbedingungen nicht.

Abbildung 18 zeigt die aus den Experimenten ermittelten Streuphasen und Absorptionsparameter von 0 bis 35 MeV Schwerpunktsenergie. Man erkennt die 5 Resonanzen bei etwa 3 MeV, 16.7 MeV, 17.0 MeV, 20 MeV und 22 MeV. Die Linie durch die beiden Resonanzen bei 16.7 MeV und 17 MeV stammt aus der oben erwähnten Anpassung (siehe Abb. 4) und ist wegen der Verletzung der Unitarität nur als Sichthilfe zu betrachten.

Die hard-sphere-Phasen δ_{HP} sind wie bei $l = 0$ für den gesamten Energiebereich von 5 bis 35 MeV angepaßt worden, mit den Parametern $R_0 = 3.03$ fm, $R_1 = 4.26$ fm und $r_2 = 0.122 : \text{MeV}$, siehe Gleichung (45). Der abstoßende Bereich der Kernkräfte wird wie bei $l = 0$ mit wachsender Energie kleiner, ist aber, bei einer festen Energie betrachtet, etwas größer als dort. Die errechneten Phasen δ_{HP} sind für $E = 0 \dots 35$ MeV in Abbildung 18 dargestellt: Außerhalb der Resonanzen stimmt sie gut mit den vorgegebenen Werten überein, mit Ausnahme der Unregelmäßigkeiten ab etwa 25 MeV.

Für die Untergrundgröße Q_{22} wurden die Parameter $q_0 = -0.63$, $q_1 = 0.176 : \text{MeV}$ und $E_q = 17.35$ MeV bestimmt (siehe (44)). (Rechnungen mit Werten für E_q erheblich unter 17.35 MeV würden bessere Werte für die Anpassungsgröße Q , siehe (42), ergeben, sind aber ausgeschlossen worden. Sie würden sonst eine Absorption ($\eta_2 < 1$) für Energien vortäuschen, für die es wegen der niedrigsten Teilchenschwelle ${}^7\text{Li} + p$ bei 17.348 MeV keine geben dürfte.)

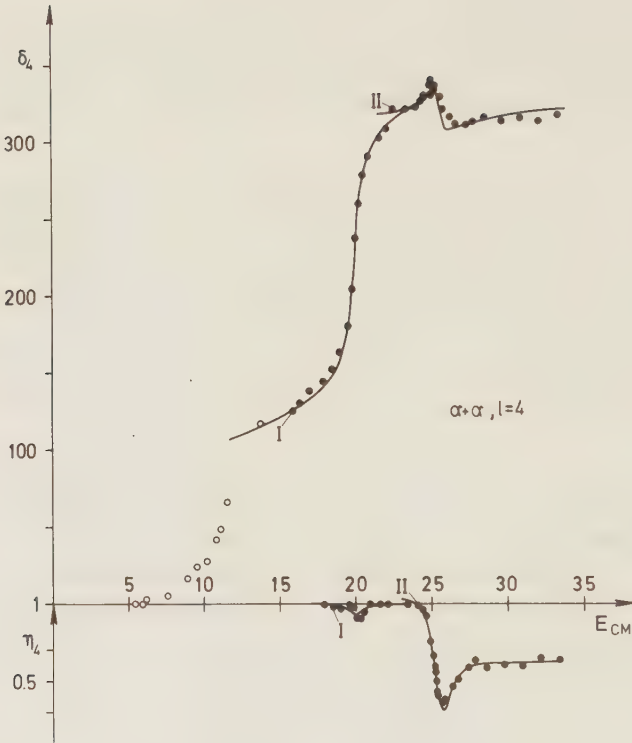


Abb. 19: Streuphasen δ_4 und Absorptionsparameter η_4 für den $l = 4$ -Anteil der α - α -Streuung für $E_{\alpha,CM} = 0 \dots 35$ MeV. Die zwei Linien I und II stellen die Ergebnisse von zwei Anpassungen dar (siehe Kap. 4.3.3). Die besonders gekennzeichneten Werte unter 15 MeV (Kreisringe) sind dabei nicht als Stützpunkte verwendet worden.

Als Ergebnis der Rechnungen mit dem Ansatz (38) für zwei Niveaus erhält man die Resonanzparameter

$$E_2 = (20.15 \pm 0.10) \text{ MeV}, \quad \Gamma_2 = (0.90 \pm 0.10) \text{ MeV}, \\ \Gamma_{22} = (0.52 \pm 0.04) \text{ MeV}, \quad \delta_{22} = -4.5^\circ$$

(vergleiche die Schätzungen von AJ74 aus BA72: $E_2 = 20.2 \text{ MeV}$, $\Gamma_2 \approx 1.1 \text{ MeV}$, keine Angabe über Γ_{22}) und

$$E_3 = (22.00 \pm 0.05) \text{ MeV}, \quad \Gamma_3 = (0.66 \pm 0.15) \text{ MeV}, \\ \Gamma_{23} = (0.19 \pm 0.05) \text{ MeV}, \quad \delta_{23} = -37^\circ$$

(vergleiche die Schätzungen von AJ74 aus BA72: $E_3 = 22.2 \text{ MeV}$, $\Gamma_3 \approx 0.8 \text{ MeV}$).

Die vorgegebenen Streuphasen und Absorptionsparameter lassen oberhalb etwa 23 MeV eine weitere Struktur erahnen, die mit dem angegebenen Ansatz nicht beschrieben wird. Der Verlauf von η_2 deutet eine breite Resonanz mit $E_4 \approx 28 \text{ MeV}$ und $\Gamma_4 \approx 3 \text{ MeV}$ an. Dies steht aber im Widerspruch zu den Streuphasen δ_2 und den übrigen Experimenten zu ^8Be , insbesondere zur Reaktion $^6\text{Li}(d, \alpha)^4\text{He}$, aus der sich eine Resonanz bei 25.2 MeV ergeben sollte. Dieses Niveau ist aber in den α - α -Streudaten von Bacher et al. nicht zu erkennen. Wegen dieser Unsicherheiten wurde auch keine Anpassung nach den fraglichen Resonanzen versucht.

4.3.3 Bahndrehimpuls $l = 4$

Die Streuphasen δ_4 und Absorptionsparameter η_4 (siehe Abb. 19) lassen im Energiebereich von 0 bis 35 MeV drei Resonanzen erkennen, bei etwa 11 MeV, 20 MeV und 25 MeV. Für die letzten beiden haben Bacher et al. die Streuphasen und Absorptionsparameter gemessen; für sie wird hier eine Auswertung im Rahmen der S-Matrix-Theorie versucht.

Im Gegensatz zu $l = 0$ und 2 zeigen die Untergrundphasen im gesamten Energiebereich einen steigenden Verlauf, der keine einfache Gesetzmäßigkeit erkennen läßt. Der Anstieg der Streuphasen an der Resonanz bei 11 MeV ist kleiner als 180° . Diese

Differenz könnte durch hard-sphere-Phasen mit etwa 4 fm Radius verursacht werden. Für solche hard-sphere-Phasen gibt es aber im weiteren Verlauf der Streuphasen keine Hinweise, wenn man nicht zusätzlich sehr breite Niveaus zur Erklärung heranziehen würde. Deshalb werden die Untergrundphasen zu den beiden Resonanzen bei 20 MeV und 25 MeV stückweise linear angenähert. Wegen der sich daraus ergebenden Unsicherheiten wird auch kein gemeinsamer Ansatz für die beiden Resonanzen verwendet.

Die Anpassungen ergeben für das erste Niveau folgende Parameter:

$$E_0 = (19.96 \pm 0.02) \text{ MeV}, \quad \Gamma_0 = (1.00 \pm 0.2) \text{ MeV},$$

$$\Gamma_{40} = (0.97 \pm 0.2) \text{ MeV}$$

(vergleiche in BA72a: $E_0 = 19.9 \text{ MeV}$, $\Gamma_0 < 1 \text{ MeV}$, $\Gamma_0 : \Gamma_{40} \approx 0.96$).

δ_{40} wurde als 0° vorgegeben. Der Untergrund ist mit

$$\delta_{\text{HP}} = 60^\circ + 3.7^\circ \cdot E : \text{MeV}$$

angenähert. Systematische Abweichungen der theoretischen von den experimentellen Werten sind vor allem in den Absorptionsparametern zu beobachten, die eine viel zu kleine totale Breite Γ_0 andeuten, siehe Abbildung 19.

Für das zweite Niveau erhält man:

$$E_1 = (25.4 \pm 0.1) \text{ MeV}, \quad \Gamma_1 = (1.7 \pm 0.1) \text{ MeV},$$

$$\Gamma_{41} = (450 \pm 50) \text{ keV}, \quad \delta_{41} = -11^\circ$$

(vergleiche in BA72a: $E_1 = 25.5 \text{ MeV}$, keine Angaben über Γ_1 und Γ_{41}). Der Untergrund ist hier mit

$$\delta_{\text{HP}} = 300^\circ + 0.74^\circ \cdot E : \text{MeV}$$

und Q_{44} (siehe (44)) mit $q_0 = -0.35$, $q_1 = 0.54 : \text{MeV}$ und $E_q = 24.4 \text{ MeV}$ berücksichtigt. Abbildung 19 zeigt, daß die Ergebnisse zwar gut mit den vorgegebenen Absorptionsparametern, aber schlecht mit den Streuphasen δ_4 übereinstimmen.

4.4 Schlußfolgerungen

Die Anpassungen an die α - α -Streuphasen zeigen, wie die an die p- α -Phasen (siehe Kap. 3.1.5), daß man die S-Matrix-Ansätze durch zum Teil willkürlich erscheinende Zusätze erweitern muß, um die experimentellen Daten beschreiben zu können. Mit den so erweiterten Ansätzen konnten trotz der Unsicherheiten bei einem Teil der betrachteten Niveaus genauere Parameterwerte bestimmt werden, als die bisher angegebenen. Mit diesen Ergebnissen kann man zwei Probleme über die Struktur des Compoundkerns ^8Be diskutieren.

(1) Von Barker et al (BA68, BA69) werden R-Matrix-Anpassungen angegeben, die die Existenz von sehr breiten Niveaus mit geradem Spin und positiver Parität nachweisen sollen, in Analogie zu Kernen mit Massenzahl $A \geq 10$. Diese Rechnungen stützen sich auf die hier angegebenen Messungen der α - α -Streuung unterhalb der $^7\text{Li} + p$ -Schwelle bei 17.35 MeV, mit Ausnahme der von Bacher et al. Mit den letztgenannten Daten, die genauer sind und sich auf einen größeren Energiebereich beziehen, nämlich auf 15 bis 35 MeV, läßt sich die Behauptung von Barker et al. nachprüfen:

Für $l = 0$ und 2 fallen die Radien der hard-sphere-Phasen von etwa 6 fm bei $E \approx 0$ bis auf etwa 3 fm bei $E = 35$ MeV ab. Läßt man dagegen den Radius im ganzen Energiebereich etwa bei 6 fm konstant, dann könnten die Differenzen der Untergrundphasen zu diesen hard-sphere-Phasen durch zusätzliche breite Resonanzen erklärt werden. Bis $E = 35$ MeV müßte man dann z. B. bei $l = 0$ wegen $\delta_{\text{HP}}(R = 3 \text{ fm}) - \delta_{\text{HP}}(R = 6 \text{ fm}) \approx 300^\circ$ zwei oder mehr solche breite Resonanzen fordern. Außer dieser Differenz gibt es aber in der Energieabhängigkeit weder der Streuphasen noch der Absorptionsparameter irgend welche weiteren Hinweise auf diese zusätzlichen Niveaus.

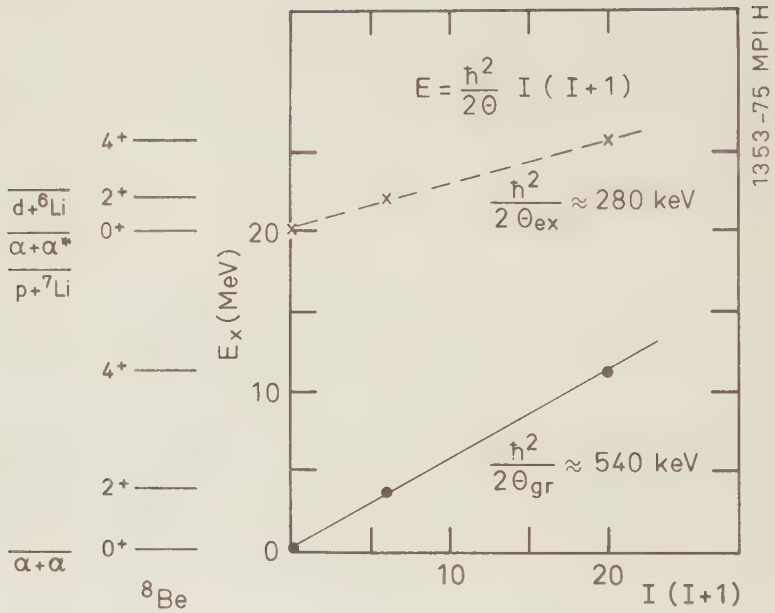


Abb. 20: $\alpha\alpha$ - und $\alpha\alpha^*(0^+)$ -Rotationsbande in ^8Be in einer $I(I+1)$ -Darstellung (siehe Kap. 4.4). Die entsprechenden Niveaus und die ^8Be -Schwellen sind gesondert angegeben (entnommen aus FI77 - siehe Anhang 2).

Dagegen ist der Ansatz (45) für die Radian naheliegend: Der abstoßende Bereich des Potentials wird durch das Pauli-prinzip verursacht, das Nukleonen mit gleichen Quantenzahlen an der "gleichen Stelle" verbietet. (Bei $l = 4$ und 6 fehlen in Übereinstimmung damit die hard-sphere-Phasen.) Es ist verständlich, daß dieser Bereich mit wachsender Energie kleiner wird, da sich die Teilchen bei gleichem Bahndrehimpuls mit steigender Energie "näher kommen" müssen.

Bei $l = 4$ und 6 geben die Streuphasen mit ihrem strukturlosen Anstieg, der auf anziehende Elemente des Potentials hinweist, ebenfalls keine Hinweise auf die Existenz dieser breiten Niveaus. Man kann also die experimentellen Daten zur α - α -Streuung entweder mit einfachen naheliegenden Untergrundfunktionen und wenigen Parametern oder in komplizierter Weise durch mehrere Resonanzen mit einer größeren Zahl von nicht eindeutig bestimmbar Parametern beschreiben. Die Existenz der von Barker et al. geforderten Resonanzen ist also auf Grund der vorliegenden Rechnungen mehr als zweifelhaft.

(2) Die Anpassungen hier verdeutlichen die Problematik zur Existenz der $\alpha\alpha^*(0^+)$ -Rotationsbande (siehe HA76 und FI77 - der Anhang der vorliegenden Arbeit enthält eine Kopie von FI77). Als Mitglieder dieser Bande kommen nur stark gedämpfte Resonanzen in Betracht, da ^8Be -Resonanzen, die aus $\alpha\alpha^*(0^+)$ aufgebaut sind, wegen ihrer Struktur mit erheblich größerer Wahrscheinlichkeit in den $\alpha\alpha^*$ -Kanal als in den α -Kanal zerfallen. Abbildung 20 zeigt in der oberen Hälfte die drei in Frage kommenden Resonanzen gegen $J(J + 1) = l(l + 1)$ aufgetragen. Der untere Teil dieses Bildes stellt die seit längerem bekannte α -Bande dar. Da die zu einer Rotationsbande gehörenden Niveaus eine Energiefolge gemäß

$$E \propto l \cdot (l + 1) : \Theta \quad \text{mit } \Theta \text{ als Trägheitsmoment (46)}$$

haben, müssen sie auf einer Geraden liegen. Dies ist für die drei Niveaus der $\alpha\alpha^*(0^+)$ -Bande der Fall. Ein weiteres Argument

dafür erhält man aus der Steigung der zugehörigen Geraden: Das $\alpha^*(0^+)$ ist als "aufgeblähtes" α etwa doppelt so groß wie das α -Teilchen selbst. Deshalb nimmt das Trägheitsmoment im Vergleich zu dem $\alpha\alpha$ -System zu. Die Energiedifferenzen und damit die Steigung der Geraden zu $\alpha\alpha^*(0^+)$ sind wegen (46) kleiner als die zu $\alpha\alpha$. Abbildung 20 bestätigt diesen Zusammenhang.

Gegen die $\alpha\alpha^*(0^+)$ -Rotationsbande mit den angegebenen Niveaus spricht das Ergebnis einer mikroskopischen 2-Kanal-Rechnung ($\alpha\alpha$ und $\alpha\alpha^*(0^+)$) mit realistischen Kerngrößen (HA76): Zwar wird die zur Diskussion stehende Bande durch die Rechnung erhalten, aber die Absorption vom $\alpha\alpha$ - in den $\alpha\alpha^*$ -Kanal wird im Widerspruch zu den hier ermittelten Resonanzparametern als sehr klein vorhergesagt.

Zur Klärung der Existenz der $\alpha\alpha^*(0^+)$ -Rotationsbande sind also weitere Experimente zum Zwischenkern ^8Be notwendig, um die 1^- - und 3^- -Mitglieder zu suchen (α und α^* sind keine identischen Teilchen) und um die innere Struktur der fraglichen Niveaus als $\alpha\alpha^*(0^+)$ nachzuweisen (siehe auch CA77a und CA77b, sowie FU77).

Literaturverzeichnis

- AB64 M. Abramowitz and I. A. Stegun, Ed. Handbook of Mathematical Functions, Washington 1964 (National Bureau of Standards, applied Mathematics Series 55)
- AJ74 F. Ajzenberg-Selove and T. Lauritsen,
Nucl. Phys. A 227 (1974) 1
- AR52 H. V. Argo, R. F. Taschke, H. M. Agnew, A. Hemmendinger and W. T. Leland, Phys. Rev. 87 (1952) 612
- AT74 D. Atkinson, L. P. Kok, M. De Roo and P. W. Johnson,
Nucl. Phys. B 77 (1974) 109
- BA57 E. M. Balabanov, I. A. Barit, L. N. Katsaurov, I. M. Frank and I.V. Shtranikh, Atomnaya Energiya Suppl. 5 (1957) 37 (zitiert nach LI73)
- BA68 F. C. Barker, H. J. Hay and P. B. Treacy,
Austr. J. Phys. 21 (1968) 239
- BA69 F. C. Barker, Austr. J. Phys. 22 (1969) 293
- BA72a A. D. Bacher, F. G. Resimini, H. E. Conzett, R. de Swiniarski, H. Meiner and J. Ernst,
Phys. Lett. 29 (1972) 1331
- BA72b C. Bardin, Y. Dandeu, L. Gauthier, J. Guillermin, T. Lena, J.-M. Pernet, H. H. Wolter and T. Tamura,
Comp. Phys. Com. 3 (1972) 73
- BO52 T. W. Bonner, J. P. Conner, A. B. Lillie,
Phys. Rev. 88 (1952) 473
- BR59b D. J. Bredin, W. E. Burcham, D. Evans, W. M. Gibson, J. S. C. McKee, D. J. Prowse, J. Rotblatt and J. N. Snyder, Proc. Roy. Soc. A 251 (1959) 143
- CA77a R. Caplar, Thesis MPI Heidelberg 1977 (in Vorbereitung)
- CA77b R. Caplar, H. Gemmeke, L. Lassen, W. Weiss and D. Fick,
Proc. European Conf. on Nucl. Resonances in Heavy Ion Collision, Hvar 1977 (in Veröffentlichung)
- CO52 J. P. Conner, T. W. Bonner and J. R. Smith,
Phys. Rev. 88 (1952) 468

- FI77 D. Fick und K. Kreisel, Proc. European Conf. on Nucl. Resonances in Heavy Ion Collision, Hvar 1977 (siehe Anhang 2)
- FO61 J. H. Foote, O. Chamberlain, E. H. Rogers and H. M. Steiner, Phys. Rev. 122 (1961) 959
- FO71 B. Forssmann, Dissertation, Mainz 1971
- FR54 G. Freier and H. Holmgren, Phys. Rev. 93 (1954) 825
- FU77 H. Furutani, H. Horiuchi and R. Tamagaki, Proc. Int. Conf. on Nucl. Structure, Tokio 1977
- GU76 S. K. Gupta, Phys. Rev. C 13 (1976) 1326
- HA76 H. H. Hackenbroich, T. H. Seligman, W. Zahn and D. Fick, Phys. Lett. 62 B (1976) 121
- HE56 N. P. Heydenburg and G. M. Temmer, Phys. Rev. 104 (1956) 123
- HO66 B. Hoop jr. and H. H. Barshall, Nucl. Phys. 83 (1966) 65
- HU48 N. Hu, Phys. Rev. 74 (1948) 131
- HU61 J. Humblet, L. Rosenfeld, Nucl. Phys. 26 (1961) 529
- HU64 J. Humblet, Nucl. Phys. 50 (1964) 1
- HU66 J. Humblet, Trieste Lect. 1966, Fundamentals in Nucl. Theory, Ed. A. de-shalit, C. Villi (I. A. E. A. Wien, 1967, Chap. 7)
- JA56 N. Jarmie and J. D. Seagrave, Los Alamos Report LA-2014, 1956 (Los Alamos Scientific Lab., Los Alamos, March 1956)
- JA75 F. James and M. Roos, Comp. Phys. Comm. 10 (1975) 343-367
- JE64 J. P. Jeukenne, Nucl. Phys. 58 (1964) 1
- KI71 K. Kilian, H. Treiber, R. Strauß und D. Fick, Phys. Lett. 34 B (1971) 283
- KL56 A. P. Kliucharev, B. N. Esel'son and A. K. Val'ter, Doklady (Soviet Physics) 1 (1956) 475 (zitiert nach WE66)
- KU55 W. E. Kunz, Phys. Rev. 97 (1955) 456
- LA58 A. M. Lane, R. G. Thomas, Rev. Mod. Phys. 30 (1958) 257
- LI73 H. Liskin and A. Paulsen, Nucl. Data Tables 11 (1973) 569 - 619
- LY65 J. E. Lynn, in Nucl. Struc. Study with Neutrons, ed. M. Neve de Meverguies, P. van Assche and J. Vervier (Proc. Int. Conf. on the Study of Nucl. Struct. with Neutrons, Antwerpen 1965)

- MA63a C. Mahaux, Bull. Soc. Royale Sciences Liege,
32 annee no. 1-2, 1963, pp 62-69
- MA63b C. Mahaux, Bull. Soc. Royale Sciences Liege,
32 (1963) 70 (32 annee, no. 1-2, 1963, 70-77)
- MA65 C. Mahaux, Nucl. Phys. 68 (1965) 481
- MC67b L. C. McIntyre and W. Haeberli,
Nucl. Phys. A 91 (1967) 369
- MC69 K. W. McVoy, Ann. Phys. 54 (1969) 552
- NI58 R. Nilson, W. E. Jentschke, G. R. Briggs, R. O. Keram
and J. N. Snyder, Phys. Rev. 109 (1958) 850
- NU59 H. M. Nussenzveig, Nucl. Phys. 11 (1959) 499
- OA73 Oak Ridge National Laboratory 1973 (Author unbekannt)
- PL72 G. R. Plattner, A. D. Backer, H. E. Conzett,
Phys. Rev. C 5 (1972) 1158
- PL73 G. R. Plattner, Nucl. Phys. A 206 (1973) 513
- PO63 C. H. Poppe, C. H. Holbrow and R. R. Borchert,
Phys. Rev. 129 (1963) 733
- PR77 Proc. First Symp. on Clean Fusion, Nucl. Instr. Math.
144 (1977) 1
- RO67 L. S. Rodberg and R. M. Thaler, Introduction to the
Quantum Theory of Scattering, New York and London 1967
(Academic Press)
- SC71 P. Schwandt, T. B. Clegg and W. Haeberli,
Nucl. Phys. A 163 (1971) 432
- SC72 H. Schröder, K. K. Kern, K. Kilian, K. Kreisel and
D. Fick, Proc. Int. Conf. on Few Particle Problems in
the Nucl. React., Los Angeles, 1972, p. 1002
(North Holland Publ. C., Amsterdam, 1972), s. Anhang 1
- SC76 H. Schröder, K. K. Kern, K. Schmidt und D. Fick,
Nucl. Phys. A 269 (1976) 74
- SE75 F. Seiler, Nucl. Phys. A 244 (1975) 236
- SM69 W. R. Smith, Comp. Phys. Comm. 1 (1969) 135
- SO76 A. M. Sourkes, A. Houdayer and W. T. H. van Oers,
Phys. Rev. C 13 (1976) 451
- TH51 R. G. Thomas, Phys. Rev. 81 (1951) 148

- TI72 C. T. Tindle, Phys. Lett. 42 B (1972) 5
TO63 T. A. Tombrello and L. S. Senhouse,
Phys. Rev. 129 (1963) 2252
WE66 W. G. Weitkamp, W. Haeberli,
Nucl. Phys. 83 (1966) 46
WI47 E. P. Wigner and L. Eisenbud, Phys. Rev. 72
(1947) 29
YA53 J. L. Yarnell, R. H. Lovberg and W. R. Stratton,
Phys. Rev. 90 (1953) 292

Proc. Int. Conf. on Few Particle Problems in
the Nuclear Interaction, Los Angeles, 1972

CONNECTION BETWEEN THE LEVEL STRUCTURE OF ${}^4\text{He}$ AND (${}^5\text{He}$, ${}^5\text{Li}$)

H. Schröder, K. K. Kern, K. Kilian, K. Kreisel and D. Fick
Fakultät für Physik der Universität Freiburg i.Br.,
Physikalisches Institut der Universität Erlangen-Nürnberg,
Max-Planck Institut für Kernphysik Heidelberg.

In two particle experiments concerning the five nucleon system scattering states had been proposed assuming compound reaction mechanism¹⁾. The three particle reactions like $t(d,n)pt$ or $d(\tau,p)pt$ are investigated to get information about the final state interaction of two emitted particles^{1,2)}. Commonly the three particle reaction mechanism is supposed to be a direct one^{3, 8)}. It is one of the aims of this paper to show that the contrary-a compound nucleus reaction mechanism-should be expected for the five nucleon system in the energy range where most of the three particle experiments had been done ($E_x \leq 30$ MeV). This expectation is induced by the fact that the states above the three particle threshold in ${}^5\text{He}$, ${}^5\text{Li}$ can be generated by coupling a $p_{3/2}$ nucleon to the low lying excited states of ${}^4\text{He}$. Since all excited states of ${}^4\text{He}$ are particle unstable it is immediately obvious that these states in ${}^5\text{He}$, ${}^5\text{Li}$ are coupled very strongly to the three particle channels on behalf of the decays: ${}^5\text{He}(ex) \rightarrow n + {}^4\text{He}(ex) \rightarrow n + p + t$ and analogous for ${}^5\text{Li}$. The corresponding levels in ${}^4\text{He}$ and ${}^5\text{He}$, ${}^5\text{Li}$ must have opposite parity by means of the construction principle. It is the purpose of the following discussion of some old and new experimental results to give some evidence for the idea mentioned above.

In the elastic scattering of vector polarized deuterons on tritons Kilian et al.⁴⁾ found an odd parity resonance at $E_{cm} \approx 3$ MeV just above the $n+{}^4\text{He}^*(0^+)$ threshold, where ${}^4\text{He}^*(0^+)$ means the first excited state of ${}^4\text{He}$ at $E_x \approx 20.0$ MeV. As a consequence of the large reduced width of this resonance for a decay into $n+{}^4\text{He}^*(0^+)$ ⁴⁾ this resonance should be seen in the excitation function of that part of the $T(d,n)pt$ three particle reaction which belongs to a $p-t$ final state interaction corresponding to the ${}^4\text{He}^*(0^+)$ scattering state. Using the experimental results of Pompe et al.⁵⁾ one gets by integrating over that part of the continuous neutron spectra

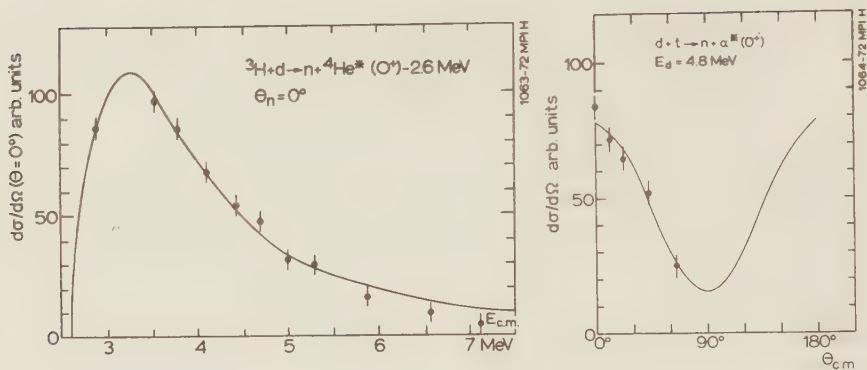


Fig. 1. Excitation function for $\theta_n=0^\circ$ and angular distribution at $E_d=4.8$ MeV of $T(d,n){}^4\text{He}^n(0^+)$. Data from Poppe et al.⁵⁾

which belongs to ${}^4\text{He}^*(0^+)$ for $\theta_n=0^\circ$ the excitation function of fig.1. The solid line belongs to a one level fit with the resonance parameters $E_0=(2.9\pm 0.3)$ MeV and $\Gamma=(1.9\pm 0.2)$ MeV. Following the above ideas this resonance should have spin and parity $J^\pi=3/2^-$ caused by the coupling of a $p_{3/2}$ -neutron to ${}^4\text{He}^*(0^+)$. This structure and spin assignments lead to an angular distribution $d\sigma/d\Omega = a_0 + a_2 P_2(\cos\theta)$ with $a_2/a_0=1$. A fit of an angular distribution at an energy near the resonance energy (fig.1) obtained with the data of Poppe et al.⁵⁾ yields $a_2/a_0=1.16\pm 0.21$ which is in good agreement with the prediction. Therefore this resonance is believed to have the structure $({}^4\text{He}^*(0^+) \otimes p_{3/2})$.

For the mirror nucleus ${}^5\text{Li}$ the same should hold up as for ${}^5\text{He}$. The data of Young and Ohlsen⁶⁾ as well as of Jarmie et al.⁷⁾ for the ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}^*(0^+)$ reaction show above the expected $J^\pi=3/2^-$ resonance in ${}^5\text{Li}$ a decreasing cross section with increasing bombarding energy as supposed. In order to get more experimental material the reaction $D(\tau, p)\text{pt}$ was investigated in a kinematic complete experiment for $E_\tau=5.4$ to 13 MeV.

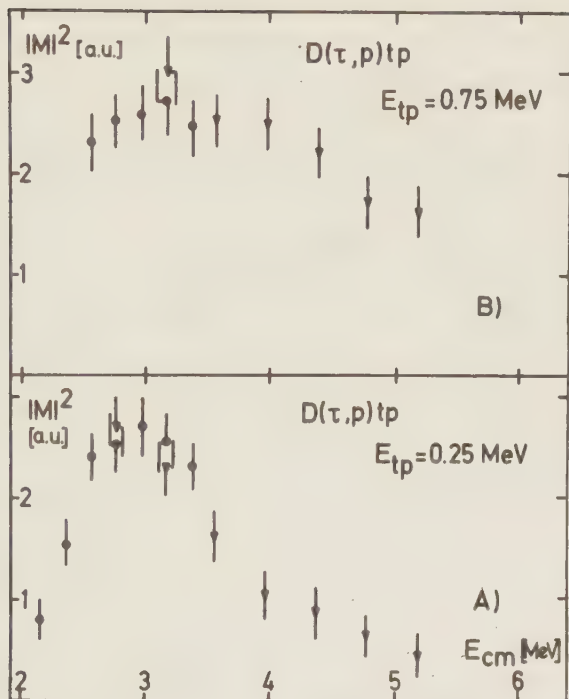


Fig.2. Energy dependence of $|M|^2$ for the reaction $D(\tau, p)tp$ at relative energies $E_{tp} = 0.25$ MeV (A) and $E_{tp} = 0.75$ MeV (B)

For a three particle reaction the differential cross section is given by $(d^3\sigma/d\Omega_1 d\Omega_2 dE_1) = N|M|^2 PS$, where N is a normalization factor, PS the expression for the phase space and $|M|^2$ the matrix element for the transition into the three particle channel. In a sequential decay process involving one $J=0$ state of the recoiling nucleus only, the angular dependence of $|M|^2$ is determined by the direction of the first emitted particle. Keeping this direction in the cm system to be a constant $|M(E_\tau)|^2$ will exhibit in such a case a resonance, if the first step of the reaction is dominated by a resonance in the compound system. Fig.2A displays the results of $|M(E_\tau)|^2$ obtained for the sequential decay of ${}^5\text{Li}$ via ${}^4\text{He}^*(0^+)$. $|M(E_\tau)|^2$ exhibits a resonance

($E_0 \approx 3 \text{ MeV}$, $\Gamma \approx 1.6 \text{ MeV}$), which should be the isobaric analog to the $3/2^-$ resonance in ^5He , discussed above.

In the coincidence spectra obtained in the above experiment one sees also a large broad peak at higher relative energies E_{23} of the triton and the undetected proton, which corresponds mostly to the sequential decay process via $^4\text{He}^*(0^-)^8$.

The energy dependence of $|M(E\tau)|^2$ for $E_{23}=0.75 \text{ MeV}$ is displayed in fig.2B. (The data points were extracted from the two dimensional spectra assuming a $1+3\cos^2\theta$ distribution for the decay of ^5Li into $p+^4\text{He}^*(0^-)$. This distribution is suggested by a $J^\pi = 3/2^+$ spin and parity assignment, because of the arguments given below). The excitation function of $|M|^2$ shows a behaviour like a resonance, which is broader and at higher energy than the $3/2^-$ resonance in ^5Li discussed above. Also this resonance may be explained by coupling a $p_{3/2^-}$ proton to an excited state of ^4He , but now the $^4\text{He}^*(0^-)$. This would lead to a spin and parity assignment of $3/2^+$. Since near 20 MeV excitation energy in ^5Li , where this resonance is peaked, many experimental results indicate one or more positive parity states⁹⁾ the one shown in fig.2B may be identified by one of them. A measurement of an angular correlation which will be performed as a next will give more insight.

References

1. T.Lauritsen and F.Ajzenberg-Selove, Nucl.Phys. 78 (1966)1
2. W.E. Meyerhof and T.A.Tombrello, Nucl.Phys. A 109 (1968)1
3. D.U.L.Yu and W.E.Meyerhof, Nucl.Phys. 80 (1966)481
4. K.Kilian, H.Treiber, R.Strauß and D.Fick, Phys.Lett.34B(1971)283
5. C.H.Poppe, C.H.Holbrow and P.R.Borders, Phys.Rev.129(1963)733
6. P.G.Young and G.G.Ohlsen, Phys.Lett. 8 (1964)124
7. N.Jarmie, R.H.Stokes, G.G.Ohlsen and R.W.Newsoms, Jr.Phys.Rev. 161(1967)1050
8. P.A.Assimakopoulos, E.Beardsworth, P.D.Boyd and P.F.Donavan, Nucl.Phys. A144(1970) 272
9. T.A.Tombrello, R.J.Spiger and A.D. Bacher, Phys.Rev.154(1967)935

EXCITED α -PARTICLES - A SPECULATION ON THE NATURE OF THE ^{12}C - ^{12}C RESONANCES

D. Fick

Max-Planck-Institut für Kernphysik, Heidelberg

K. Kreisel

Physikalisches Institut der Universität Erlangen-Nürnberg

The α -particle intermediate structure model¹⁾ seems to allow at least for a semiquantitative understanding of the famous ^{12}C - ^{12}C resonances as α -particle doorway states. In a calculation of the total reaction cross section an optical potential could be used the real part of which has been derived by a folding procedure from the $\alpha\alpha$ -interaction. In order to get the correct position and spacing of the lowest resonances a very weak absorption has to be introduced which allows for "absorption under the barrier", or in other words, absorption at large distances. The band heads (bh) of the resonance bands, in this model approximately $E_{bh} \approx E_{\text{thresh.}} + E(^{12}\text{C} \rightarrow 3\alpha)$, agrees quite well with the observed ones: ^{12}C - ^{12}C : 20 MeV, theor.: 21.2 MeV; ^{12}C - ^{16}O : exp.: 24 MeV, theor.: 23.8 MeV. Thereby the experimental value of the α -particle binding energy of ^{12}C which is almost equivalent to the dissociation energy into 3α -particles has been used.

The lack of this model derives from the well-known property of the α -particle model to underbind the nuclei considerably and to predict too large radii. A Faddeev type calculation²⁾ obtained 2.79 MeV and a variation calculation³⁾ 2.2 MeV for the α -binding energy of ^{12}C which is experimentally known to be 7.29 MeV. Since the $\alpha\alpha$ -potentials used in these calculations are probably the best one available it appears that this large discrepancy has to be regarded as real. Therefore, the intermediate structure model in its present shape cannot predict the band head of the ^{12}C - ^{12}C band (and of the ^{12}C - ^{16}O band, too) correctly. Because of the underbinding of ^{12}C by roughly 5 MeV there will be a discrepancy of the same order.

In order to improve the α -particle model it was proposed to allow for an α^+ -admixture^{4,5)}. Here α^+ denotes the first excited state of the α -particle at $E_x \approx 20$ MeV with $J^\pi = 0^+$. It is known to be like the ground state intrinsic spherical and it can be thought as the breathing mode (giant monopole resonance) of the α -particle. As a free particle the α^+ is particle unstable by 0.3 MeV and it decays with a width of $\Gamma \approx 0.2$ MeV into the $p+t$ channel. For a free α^+ the decay into $n+^3\text{He}$ is energetically forbidden. The α^+ has a particle-hole structure. Therefore the overlap of the constituents of ^{12}C becomes now larger and increases the α -binding energy considerably to values near the experimental ones. As a consequence of this proposal⁵⁾ an α^+ -model requires the existence of highly excited states ($E_x \approx 20$ MeV) which - loosely speaking - are obtained from the ground states by replacing an α by an α^+ .

Obviously the most suitable nucleus to test this hypothesis is ^8Be . In addition to the well-known $\alpha\alpha$ -particle ground state band an additional $\alpha\alpha^+$ -band should exist⁶⁾ starting around $E_x \approx 20$ MeV. Besides the other reactions⁷⁾ it should be seen in the $\alpha\alpha$ -scattering - if at all - as damped resonances. Fig.1 displays $\alpha\alpha$ -phases⁸⁾ in the relevant energy region. Damped resonances (large structure in the absorption coefficient η_1 , small structure in the real phases δ_1) can be recognized for $l = 0, 2, 4$, at $E_x = 20.4, 22.0$ and 25.4 MeV, respectively. Fig.2 displays that these resonances lie on a

D. Fick, K. Kreisel

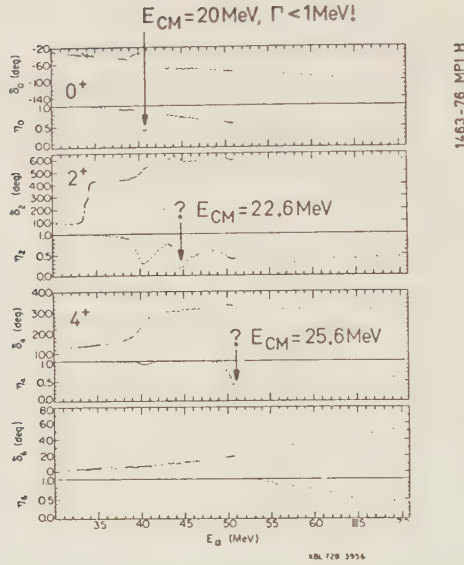


Fig.1 Real phases δ_l and absorption parameters η_l for the α -scattering above $E_{cm} = 15 \text{ MeV}^{(8)}$. The arrows indicate the "damped" resonances.

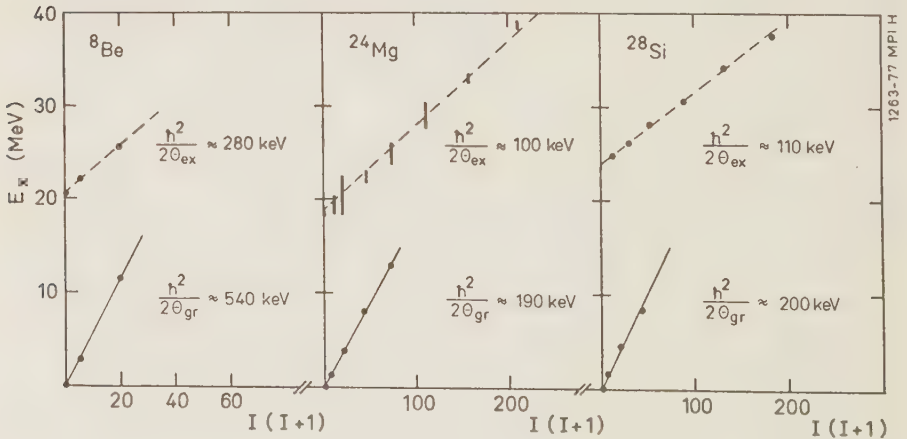


Fig.2 Ground state rotational bands and those observed in heavy-ion resonances as "narrow resonances" (except ^8Be).

Excited α -particles - a speculation on the nature of the ^{12}C - ^{12}C resonances

rotational band with roughly twice a large moment of inertia as the ground state band. An additional hint for these resonances to form the $\alpha\alpha^+$ -band in ^8Be is the band head near 20 MeV. (But obviously there is some chance that this level sequence is of accidental origin!).

If this band in ^8Be is compared to the ^{12}C - ^{12}C resonance band in ^{24}Mg (and a similar one formed by the ^{12}C - ^{16}O resonances in ^{28}Si) a certain similarity can be observed (Fig.2). All bands start around $E_x \approx 20$ MeV and all have roughly a twice as large moment of inertia than the related ground state bands.

These similarities may indicate a common reason for these bands to exist. They may be thought (speculative) to be the α^+ -excited ground state bands of the nuclei in mind. Then the ^{12}C - ^{12}C resonances (and the ^{12}C - ^{16}O , too) are not understood as doorway states in the entrance channel but as highly excited states of the compound nucleus ^{24}Mg (and ^{28}Si , too). This interpretation is related to the interpretation of the resonances as collective motions of the compound nucleus⁹⁾.

There is obviously also the other way: Take the α -particle intermediate structure model¹⁾ as it is, and improve it by allowing for $\alpha\alpha^+$ -mixtures to form the doorway states. With this assumption the absorption under the barrier would get a "natural" explanation because of the large extension of the α^+ .

References

1. G.J. Michaud, E.W. Vogt, Phys.Rev. C5 (1972) 350
2. J.R. Fulco, D.Y. Wong, Phys. Rev. 172 (1968) 1062
3. J.L. Visschers, R. van Wageningen, Phys.Lett. 34B (1971) 445
4. C.S. Han, D.S. Chuu, D.L. Lin, Nucl. Phys. A212 (1973) 241
5. H.H. Hackenbroich, T.H. Seligman, W. Zahn, Nucl.Phys. A259 (1976) 445
6. H.H. Hackenbroich, T.H. Seligman, W. Zahn, D. Fick, Phys. Lett. 162B (1976) 121
7. R. Caplar, H. Gemmeke, L. Lassen, W. Weiss, D. Fick, Contribution to this Conf.
8. A.D. Bacher, F.G. Resmini, H.E. Conzett, R.de Swiniarski, H. Meiner, J. Ernst, Phys.Rev.Lett. 29 (1972) 1331
9. H. Morinaga, Proc. Symp. on recent progress in nuclear physics with Tandems, Heidelberg 1966

Nachtrag

L. Kraus beschäftigt sich in seiner Dissertation (These Université Louis Pasteur, Strasbourg 1971) mit Resonanzrechnungen zu Niveaus in ^5He , ^5Li und ^6Li mit Hilfe von S- und R-Matrix-Ansätzen. Da die betreffenden Ergebnisse hier in Kap. 3.1 und 3.2 nicht erwähnt sind, werden sie im folgenden gesondert betrachtet:

Für die Rechnungen zu den beiden $3/2^+$ -Niveaus in ^5Li bei 16.66 MeV und in ^5He bei 16.76 MeV Anregungsenergie verwendet L. Kraus Ergebnisse von $^3\text{He}(d,d)^3\text{He}$, $^3\text{He}(d,p)^3\text{He}$, $^4\text{He}(p,p)^4\text{He}$, $^3\text{He}(d,\gamma)^5\text{Li}$ bzw. $^3\text{H}(d,n)^4\text{He}$, $^3\text{H}(d,d)^3\text{H}$ und $^4\text{He}(n,n)^4\text{He}$. Im Gegensatz zu anderen in der Arbeit betrachteten Resonanzen werden hier für die $3/2^+$ -Niveaus keine Streuphasen sondern nur Wirkungsquerschnittswerte verwendet. Die aufgezählten Streuungen und Reaktionen wertet L. Kraus nicht simultan sondern einzeln aus und vergleicht dann die Resonanzparameter. Die Rechnungen bezüglich $^3\text{He}(d,p)^4\text{He}$ stützen sich dabei auf eigene Messungen, auf die von Yarnell et al. (YA53), von Freier et al. (FR54) und Kunz (KU55). Die Ergebnisse dieser Autoren werden nicht wie in der vorliegenden Arbeit gesondert ausgewertet sondern zu einer 'Meßreihe' zusammengefaßt: Dabei sind die Werte von Kunz mit dem Faktor 900 bar/700 barn "umnormiert" worden (siehe Abb. 5, S. 42 hier bzw. Fig. V-9, S. 120 in der Arbeit von L. Kraus). Für $^3\text{He}(d,n)^4\text{He}$ zieht L. Kraus nur Wirkungsquerschnittswerte von Conner et al. (CO52) heran, jedoch in einem etwas kleinen Energieintervall ($E_d = 30 \dots 160$ keV, siehe Fig. V-14) als hier ($E_d = 15 \dots 167$ keV, siehe Abb. 12, S. 68).

Für die Auswertung der Resonanzkurven verwendet L. Kraus nur Ansätze der S-Matrix-Theorie und zitiert Ergebnisse der R-Matrix-Rechnungen von anderen Autoren, in erster Linie zur Diskussion der Nachteile der R-Matrix-Theorie. Dabei wird die starke Radiusabhängigkeit der R-Matrix-Parameter besonders betont.

Bei allen S-Matrix-Auswertungen der oben angegebenen Streuungen und Reaktionen verwendet L. Kraus auch die radiusabhängigen Eindringfaktoren und normiert diese geeignet, um die partiellen Breiten zu erhalten. Folgende Ergebnisse scheinen aus der Sicht der vorliegenden Arbeit bemerkenswert:

1. Die Resonanzparameter in den entsprechenden Rechnungen stimmen nur im Rahmen der hier angegebenen Fehlergrenzen überein, eine Folge der unterschiedlichen Stützpunktwahl.
2. Die Anpassungen über ${}^3\text{He}(d,p){}^4\text{He}$ sind für die radiusabhängigen Eindringfaktoren der S-Matrix für 2 fm und 3 fm am besten. Die von L. Kraus verwendeten Datenpunkte zeigen also in dieser Hinsicht das Verhalten der Meßreihe von Kunz, obwohl diese Werte "umnormiert" und mit anderen zusammengefaßt worden sind. Für ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$ sind dagegen die radiusunabhängigen Faktoren am besten; in Übereinstimmung mit der vorliegenden Arbeit.
3. Anhand der Ergebnisse der verschiedenen elastischen Streuungen prüft L. Kraus nach, ob die Resonanzgröße q_0 etwa gleich 1 ist. Er erhält als Ergebnis für das $3/2^+$ -Niveau in ${}^5\text{Li}$ $q_0 = 0.86$, allerdings unter Verwendung der partiellen Breiten, die mit Hilfe der radiusabhängigen Eindringfaktoren ermittelt worden sind. Für ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$ gibt L. Kraus $q_0 \approx 1$ mit $\Gamma_n \approx \Gamma_d$ an. Die zugrunde liegenden Daten sind jedoch relativ ungenau. (Die Werte von Plattner et al., siehe PL72 und Kap. 3.1.5, standen noch nicht zur Verfügung.)
4. Die Resonanzenergien für ${}^5\text{He}$ in ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$ und ${}^3\text{H}(d,d){}^3\text{H}$ einerseits sowie ${}^4\text{He}(n,n){}^4\text{He}$ andererseits zeigen eine Diskrepanz, die der hier ermittelten für ${}^5\text{Li}$ als Zwischenkern gleicht. Als mögliche Ursache vermutet L. Kraus Ungenauigkeiten in der Messung der Neutronenenergien (siehe Kap. 3.2.5 - eine Aussage über ${}^5\text{Li}$ konnte L. Kraus wegen der ungenauen ${}^4\text{He}(p,p){}^4\text{He}$ -Daten nicht treffen).

Dem Physikalischen Institut unter der Leitung
seiner verschiedenen Direktoren danke ich sehr
für die erwiesene Gastfreundschaft während der
Erstellung dieser Arbeit.

LEBENS LAUF

Name: Klaus Kreisel

Geburtstag und -ort: 25. Juni 1941 in Wien (Österreich)

Eltern: Walter Kreisel, Diplom-Ingenieur
Rosa Kreisel, geb. Haller

Familienstand: verheiratet seit 15. Juni 1974 mit
Barbara Kreisel, geb. Kießling

Staatsangehörigk.: deutsch

Schulen: 1947 - 1952 Volksschulen in
Kloster Gars/Inn, Neustadt/Aisch und
Nürnberg
1952 - 1961 Martin-Behaim-Gymnasium in
Nürnberg

Studium: 1961 - 1965 Physik- und Mathematikstudium
an der Universität Erlangen-Nürnberg

Prüfungen: 12. 11. 1963 Vorexamen in Physik und
Mathematik
12. 11. 1965 Wissenschaftliche Prüfung für
das Lehramt an Gymnasien für Physik und
Mathematik
31. 8. 1968 Pädagogische Prüfung

Tätigkeiten: 1. 12. 1965 - 30. 11. 1966 wissenschaftl.
Hilfskraft am Physikalischen Institut der
Universität Erlangen-Nürnberg
1. 12. 1966 - 31. 8. 1968 Studienreferendar
am Ohm-Gymnasium in Erlangen
1. 9. 1968 - 31. 7. 1977 Studienrat und
Oberstudienrat am Christian-Ernst-Gymnasium
in Erlangen
ab 1. 8. 1977 Oberstudienrat am Gymnasium
Erlangen-Südwest in Erlangen
Die Dissertation wurde während meiner
Schultätigkeit angefertigt.

26. Sept. 1977

Buchdruck – Offsetdruck

Karl Döres, 852 Erlangen, Jägerstr. 3 · Tel. 2 15 21